

MODELO DE CRECIMIENTO INDIVIDUAL DEL RAULI (*Nothofagus alpina* (POEPP. ET ENDL.) OERST.)

Luis Mario Chauchard<sup>1</sup>

INTRODUCCION

Durante el año 1989 se realizó, en aproximadamente 450 hectáres de bosque mixto de *Nothofagus*, un inventario forestal para elaborar el plan de manejo. Las especies forestales que integran el bosque son:

- Raulí : *Nothofagus alpina* (Poepp. et Endl.) Oerst.  
Roble Pellín: *Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst.  
Coihue : *Nothofagus dombeyi* (Mirb.) Oerst.  
Lenga : *Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl.) Oerst.  
Ñire : *Nothofagus antarctica* (Forst.) Oerst.

Estas se encuentran conformando distintos tipos forestales, cuya composición máxima es de tres especies.

Excepto del Ñire, del resto se obtuvieron tarugos de madera para la medición de los incrementos periódicos y corrientes. Con ellos se iniciaron una serie de estudios que pretenden producir información sobre la dinámica de estas especies. Este constituye el primero de estos estudios, que ha comenzado con el Raulí por el punto de vista de la conservación.

El estudio tiene la siguiente finalidad:

---

<sup>1</sup> Profesor Asociado del Asentamiento Universitario San Martín de Los Andes - Universidad Nacional del Comahue. Jefe del Departamento Forestal de la Delegación Técnica Regional Patagonia - Administración de Parques Nacionales.

Nota: El proyecto fué parcialmente subsidiado por la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales - Universidad Nac. de La Plata.

a) Describir el crecimiento individual del Raulí en condiciones naturales.

b) Ensayar un modelo biológico que permita la interpretación del crecimiento individual.

## MATERIALES Y METODOS

### Ubicación del bosque en estudio

El bosque en estudio se encuentra ubicado en la Reserva Nacional Lanín, a unos 25 km al oeste de la ciudad de San Martín de los Andes. Geográficamente se localiza a 40°08' latitud S. y 71°27' longitud W. en la Cordillera de los Andes, entre los 600 y 1.500 metros sobre el nivel del mar. El bosque se extiende sobre la ladera sur del cerro Quilanlahue, y en su parte media es atravesado por la ruta n° 48, que une el paso Hua-Hum (a la República de Chile) con la ciudad de San Martín de los Andes.

El Raulí domina a media ladera, sobre los 700 y 1.000 m.s.n.m., en los que puede aparecer formando comunidades puras. Descendiendo se asocia con Coihue y Roble, en distintas proporciones y ascendiendo forma comunidades mixtas con la Lengua. También es común observar, en esas altitudes, renovales de Raulí surgiendo en matorrales de Ñire.

### Determinación de los crecimientos

Los datos básicos en los que se apoya el estudio provienen de muestras de barreno (tarugos o virutas). El objetivo primario de estos datos fué determinar en forma indirecta los crecimientos brutos en volumen de los rodales. En el presente se pretende utilizar los mismos datos para describir la dinámica - a nivel de árbol - del Raulí en condiciones naturales promedios.

Los tarugos fueron extraídos al azar en parcelas distribuidas según un diseño sistemático. De cada individuo barrenado se posee información sobre diámetro a la altura del pecho (dap), estado y posición sociológica.

Una vez que los tarugos fueron acondicionados, se les midió con lupa binocular la distancia radial cada 10 años. Esta información junto con los respectivos dap fué agrupada en individuos del estrato superior (dominantes-codominantes) y del estrato inferior (intermedios-oprimidos). Luego se determinaron los incrementos diametrales promedios para clases diamétricas de 5 cm de amplitud. Empleando estos incrementos promedios por clase diamétrica, para cada agrupamiento y utilizando técnicas de regresión no lineal y lineal múltiple, se ajustó la función de von Bertalanffy generalizada por CHAPMAN (1960) y RICHARDS (1959). Es un modelo de crecimiento a nivel de árboles, independiente de la distancia entre individuos, según la clasificación de Munro, citado por CLUTTER y otros (1983). Este modelo ajustado es transformado, por relaciones matemáticas entre sus parámetros, en una función de rendimiento en diámetro.

Para la determinación de los crecimientos corrientes y promedios anuales en diámetro y área basal se utilizaron las diferencias en dicha variable entre los diámetros inicial y final dados por la función de rendimiento, para períodos de 10 años. En cuanto a los crecimientos anuales en volumen se aplicó el método de diferencia de volumen por tabla (HENNING, 1975; CHAUCHARD, 1988), utilizando la función de volumen bruto local ajustada en el correspondiente plan de manejo (CHAUCHARD, 1989).

El modelo propuesto de Chapman y Richards es intrínsecamente no lineal, pues uno de sus parámetros no permite la linealización. Para evaluar la bondad del ajuste se utilizaron los siguientes estadísticos: prueba de F, prueba de t para los parámetros y los valores de las sumas de cuadrados residual, todos dados por el paquete estadístico utilizado. Pero puesto que los estadísticos de una regresión no lineal condicionada aún no han sido totalmente desarrollados, la evaluación fué complementada con un ajuste lineal múltiple, linearizando la ecuación una vez estimado el parámetro que ocasionaba la no linealidad del modelo. De esta forma se obtienen nuevamente los estadísticos del ajuste. URIBE (1987) argumenta que

el valor del coeficiente de determinación  $R^2$ , para la regresión condicionada así determinado, es inferior o a lo sumo igual al obtenido para un análisis de regresión no condicionada. En todos los casos se acompañaron los análisis, con la evaluación visual de los datos observados versus los calculados.

El procedimiento de ajuste no lineal es presentado detalladamente por DRAPER y SMITH (1986). Dicho procedimiento es altamente dependiente de la asignación de valores de partida a los parámetros de la ecuación, para que luego por un proceso iterativo de estimación se aproxime a una condición preestablecida. Si tal condición es alcanzada, se asume convergencia del ajuste, y que ello ocurra depende en gran medida de los valores iniciales que se le asignen a los parámetros. Las condiciones que se establecieron como satisfactorias para determinar la convergencia del ajuste fueron que la diferencia, en valores absolutos, entre sumas de cuadrados residuales de dos aproximaciones consecutivas sea igual o menor a 0,0001 y cuando el cambio proporcional en todos los parámetros estimados es menor o igual a 0,001. El número de iteraciones o aproximaciones debe establecerse previamente.

El ajuste de los modelos y sus evaluaciones se realizó con una computadora IBM PS/2, utilizando el software Statgraphics v. 2.6.

### **Modelo biológico de crecimiento**

El modelo utilizado de Chapman-Richards es derivado de consideraciones biológicas básicas y ha probado ser muy flexible en la práctica (CLUTTER y otros, 1983). El origen le corresponde a von Bertalanffy quien formulara en 1934 la "teoría general de los sistemas". Considero que los organismos vivientes son ante todo un sistema abierto, que se mantiene en continua incorporación y eliminación de materia, lo que los relaciona directamente con el medio circundante (VON BERTALANFFY, 1988; VÁZQUEZ, 1988).

El incremento o tasa de crecimiento de un organismo es la diferencia entre la síntesis (anabolismo) y la degradación (catabolismo) de los materiales que constituyen la biomasa, más una cantidad de factores variables que influyen en el crecimiento (VÁZQUEZ, 1988). Von Bertalanffy resume la tasa de crecimiento en una ecuación como la siguiente:

$$dY/dt = a Y^m - b Y \quad , \quad (1)$$

donde:

$dY/dt$ : tasa de crecimiento instantáneo.

$a, b$  : constantes de anabolismo y catabolismo respectivamente.

$Y$  : tamaño del organismo.

$m$  : constante de alometria.

Experimentalmente von Bertalanffy concluyó que el exponente  $m$  varía entre  $2/3$  y  $1$ , dependiendo del tipo de metabolismo de los organismos. RICHARDS (1959), mostró que la función puede generalizarse haciendo  $m$  variable, con lo que se obtiene una función de crecimiento más flexible (VÁZQUEZ, 1988).

La ecuación (1) pertenece a la clase de ecuaciones diferenciales tipo BERNOULLI. Resolviendo dicha ecuación diferencial se obtiene la función de rendimiento de Chapman-Richards:

$$Y = A \left[ (1 - c \exp(-k t)) \right]^{1/(1-m)} \quad , \quad (2)$$

donde:

$Y$  : tamaño (variable dependiente).

$t$  : tiempo o edad (variable independiente).

$m$  : constante de alometria.

$k$  :  $(1-m) b$ .

$A$  : valor máximo de la variable  $Y$ .

$c$  :  $1 - (Y_0/A) \exp(1-m)$

$Y_0$  : tamaño inicial en  $t=0$ .

El parámetro  $A$  representa el valor límite o asintótico que adopta la función de rendimiento. Está positivamente

te correlacionado con la calidad de sitio (RICHARDS, 1959; CUTTLER, 1983). El parámetro  $k$  está relacionado con el incremento con que se alcanza el valor asintótico:  $m$  biológicamente es responsable de la ubicación del punto de inflexión y determina la forma de la curva sigmoidea de rendimiento (RICHARDS, 1959; CLUTTER, 1983); usualmente es característico para cada especie y calidad de sitio.

Para la aproximación del valor asintótico  $A$ , se hizo un estudio de distribución diamétrica de Raulí, utilizando todos los dap levantados en 140 unidades de muestreo del inventario. Para obtener valores de probabilidades se ajustaron funciones probabilísticas a las distribuciones diamétricas de los individuos de los estratos superior, inferior y de los muertos. Esto permite inferir las probabilidades de un individuo de Raulí, en determinado estrato, de alcanzar un cierto diámetro, en las condiciones establecidas en la superficie en estudio. Las funciones fueron evaluadas con la prueba de ji-cuadrado.

## RESULTADOS

En los ajustes de distribuciones diamétricas, la función WEIBULL dió los resultados más satisfactorios.

Conocidas las distribuciones diamétricas, de individuos del estrato superior e inferior, y además la de individuos muertos en pie, se realizaron algunos ajustes de la función de Chapman, para tratar de aproximar el valor máximo asintótico  $A$ . Como resultado de ello se obtuvo un parámetro  $A$  de 80 cm para el estrato superior y de 55 cm para el inferior. A partir de ellos se ajustaron las funciones de crecimiento cuyos parámetros finales se pueden observar en la TABLA I, y los evaluadores de dichos ajustes se presentan en la TABLA II.

Los ajustes fueron satisfactorios además de la prueba  $F$  de SNEDECOR, el Coeficiente de Determinación ( $R^2$ ) y la Suma de Cuadrados Residuales (S.C.E.), se analizaron los residuales y se ajustaron por regresión lineal

múltiple los mismos modelos pero ahora haciendo el parámetro  $m$  constante. Ello arrojó coeficientes de determinación del 96% y 98%, para el estrato superior e inferior respectivamente.

**TABLA I.** Parámetros del modelo de crecimiento obtenidos por regresión no lineal para cada estrato arbóreo.

Estrato	A	a	m	k
Superior	80	0,16066023	0,58782938	0,01087897
Inferior	55	0,16544394	0,40594240	0,00909083

**TABLA II.** Estadísticos del ajuste por regresión, para los grupos de datos de cada estrato arbóreo. El coeficiente de determinación  $R^2$  es determinado para la regresión no lineal.

Estrato	F	$R^2$	E.S.E.	S.C.E.
Superior	136(2,11)**	45	0,0718	0,0567
Inferior	195(1,6)**	43	0,0118	0,0119

E.S.E.: Error estandar de la estimación,  
 S.C.E.: Suma de cuadrados del error.

Los modelos finales de crecimiento diamétrico quedarían como sigue:

a) Estrato Superior

$$dd/dt = 0,16066023 \left[ d^{0,58782938} - d^{80(0,58782938-1)} \right],$$

b) Estrato inferior

$$dd/dt = 0,16544394 \left[ d^{0,40594240} - d^{55(0,40594240-1)} \right],$$

donde:

$dd/dt$ : Crecimiento instantáneo en diámetro.  
 $d$ : Diámetro a la altura de pecho.

**TABLA III.** Valores estimados y residuales para los datos observados del incremento diamétrico de individuos del estrato superior de Raulí.

DAP (cm)	n	Incremento observado (cm/año)	Incremento calculado (cm/año)	Residual (cm)
2,5	3	0,130	0,209	+0,079
7,5	12	0,355	0,327	-0,028
12,5	24	0,451	0,378	-0,072
17,5	27	0,446	0,402	-0,044
22,5	30	0,426	0,408	-0,018
27,5	35	0,416	0,401	-0,015
32,5	34	0,317	0,386	+0,069
37,5	28	0,272	0,363	+0,091
42,5	30	0,302	0,334	+0,032
47,5	24	0,270	0,301	+0,031
52,5	14	0,281	0,263	-0,018
57,5	12	0,262	0,221	-0,041
70,0	7	0,263	0,105	-0,158

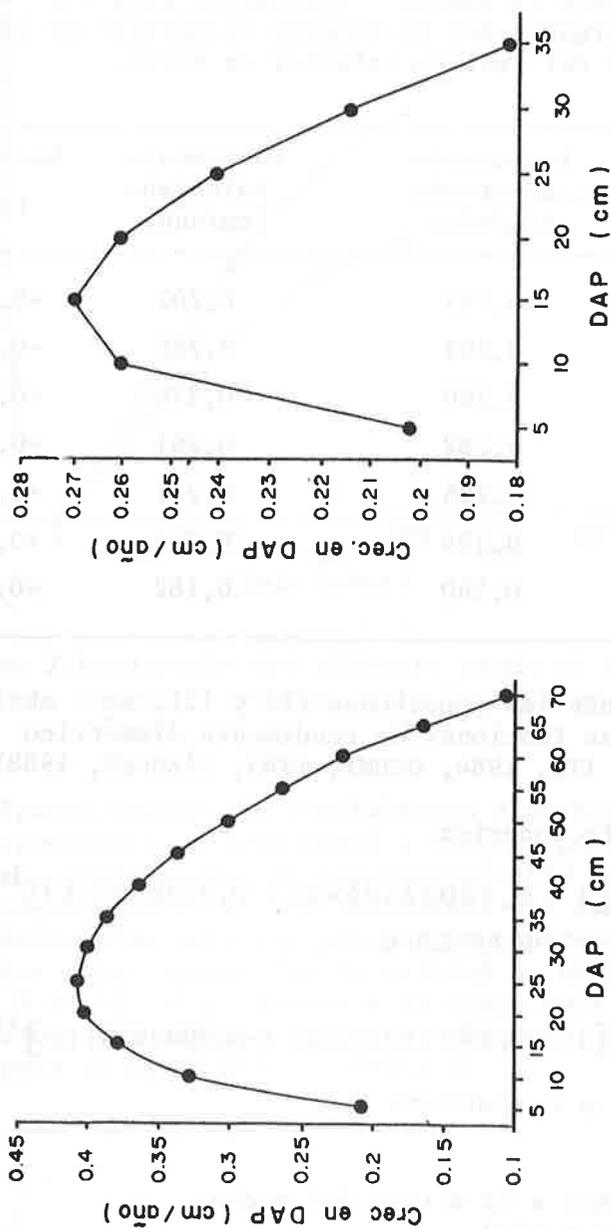


Gráfico 1. Crecimiento anual en diámetro a partir del modelo de CHAPMAN-RICHARDS, para árboles del estrato superior e inferior respectivamente.

**TABLA IV.** Valores estimados y residuales para los datos observados del incremento diamétrico de individuos del estrato inferior de Raulí.

DAP (cm)	n	Incremento observado (cm/año)	Incremento calculado (cm/año)	Residual (cm)
2,5	4	0,125	0,202	+0,077
7,5	15	0,299	0,260	-0,039
12,5	15	0,260	0,270	+0,010
17,5	12	0,282	0,261	-0,021
22,5	11	0,226	0,241	+0,015
27,5	5	0,194	0,214	+0,020
32,5	2	0,240	0,182	-0,058

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2), se obtienen las respectivas funciones de rendimiento diamétrico (RICHARDS, 1959; ITO, 1984; OSUMI, 1983; VÁZQUEZ, 1988).

**a) Estrato Superior**

$$d = 80 \left[ 1 - 0,76032574 \exp(-0,01087897 t) \right]^{1/(1-m)}$$

com  $m = 0,58782938$  ,

$$d = 55 \left[ 1 - 0,84058705 \exp(-0,00909083 t) \right]^{1/(1-m)}$$

com  $m = 0,4059424$  ,

donde:

d: Diámetro a la altura del pecho,  
t: Tiempo o edad.

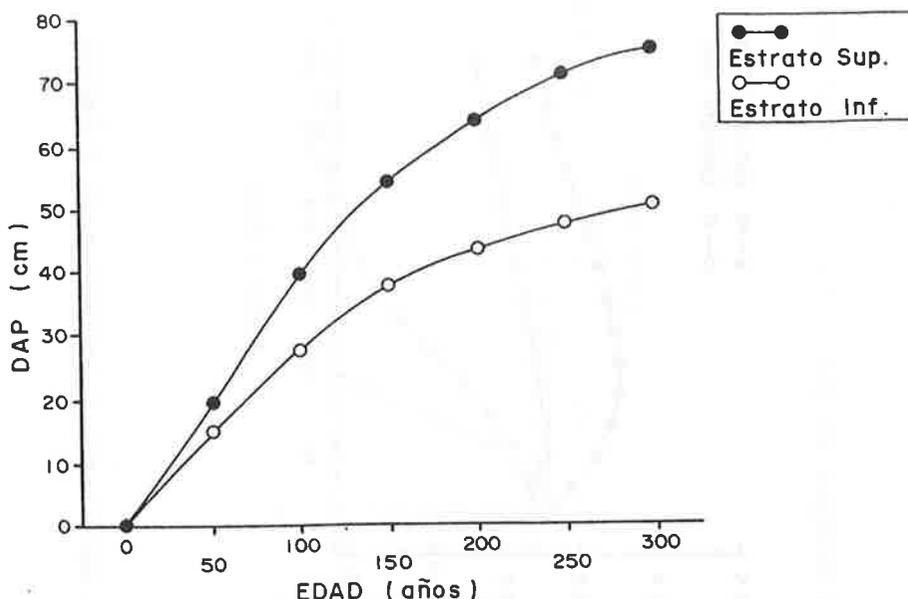


Gráfico 2. Desarrollo del diámetro según el modelo de Chapman-Richards, para árboles de diferentes estratos.

Transformando los crecimientos diametrales en los correspondientes a área basal y volumen, puede observarse que las culminaciones de los crecimientos corrientes anuales son anteriores en los individuos del estrato inferior. Tal fenómeno estaría avalado por la coherencia de los parámetros relacionados con la calidad de sitio ( $m$ ;  $k$ ) (Gráficos 3 al 5). El parámetro  $m$  es mayor para el modelo de individuos del estrato superior, mientras que  $k$  es inferior para el mismo modelo (TABLA I).

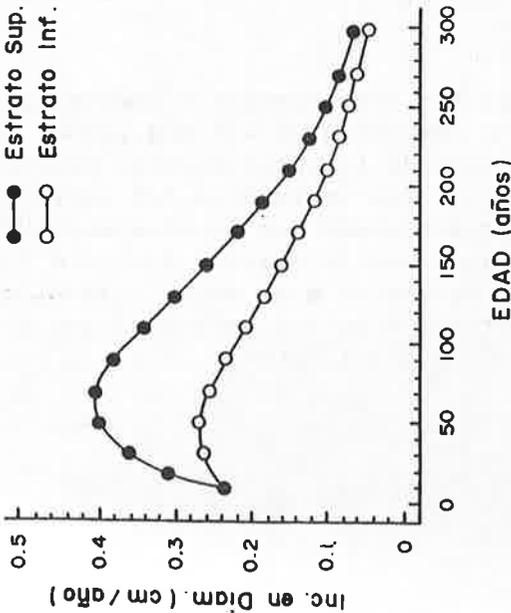
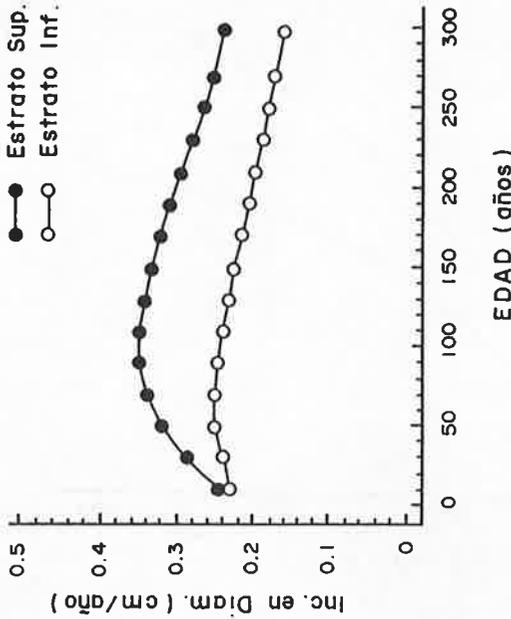


Gráfico 3. Relación entre los crecimientos corrientes y promedios en diámetro para diferentes estratos.

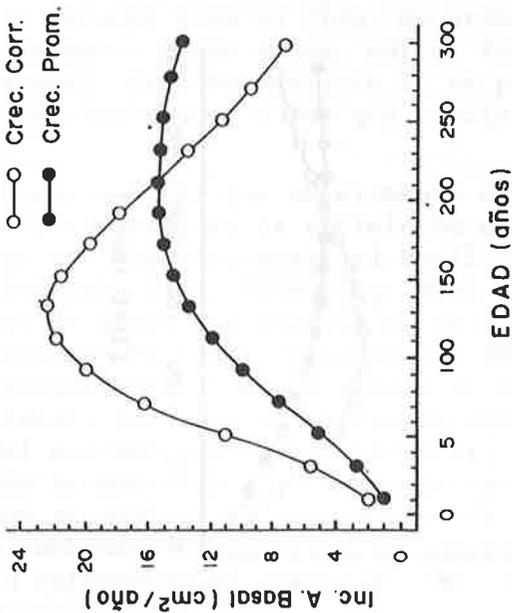
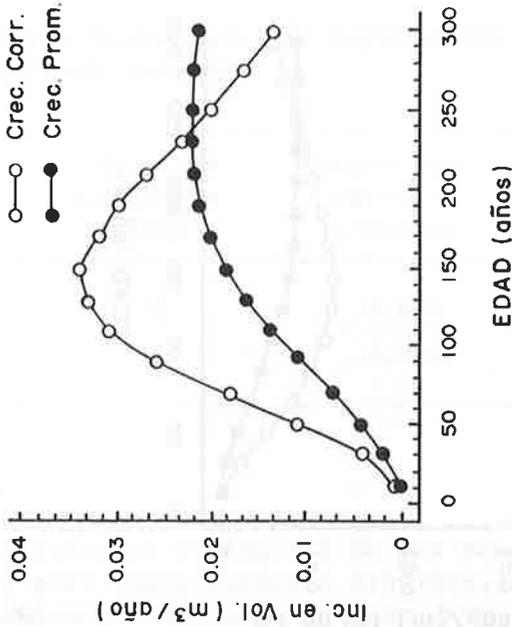


Gráfico 4. Relación entre los crecimientos anuales en área basal y volumen para árboles del estrato superior.

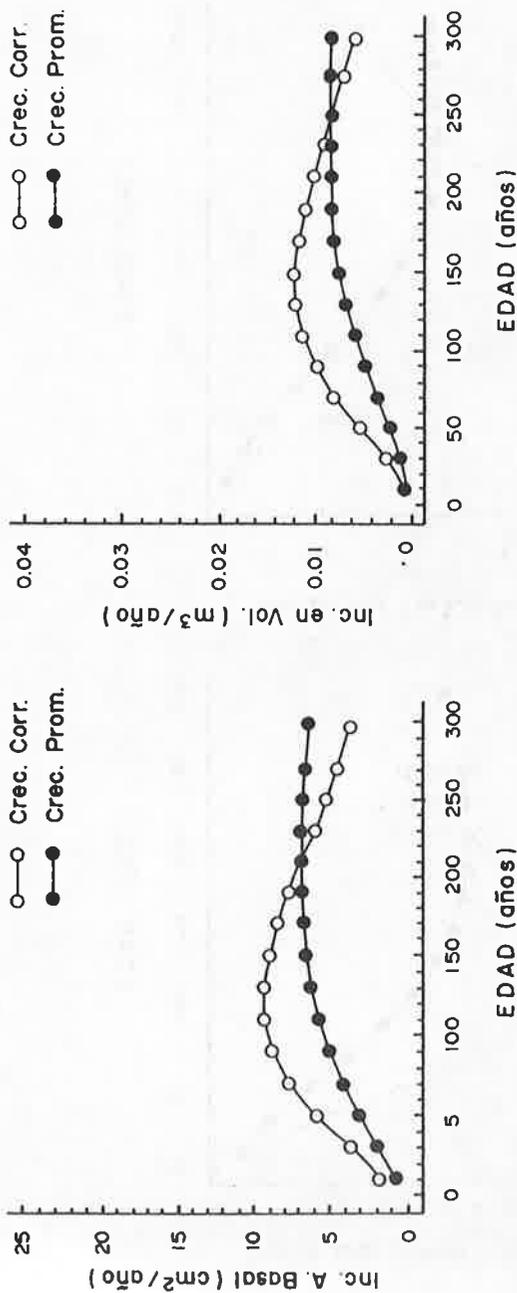


Gráfico 5. Relación entre los crecimientos anuales en área basal y volumen para árboles del estrato inferior.

**TABLA V.** Datos biológicos más importantes para individuos de cada estrato.

Estrato	DAP de inflexión (cm)	Crecimiento máximo (cm/año)	Edad en la inflexión (años)
Superior	22	0,408	56
Inferior	12	0,270	38

## DISCUSION

Los resultados biológicos de los modelos muestran (TABLA V), para ambos estratos arbóreos, un ciclo de vida de aproximadamente 300 años, aunque debe considerarse que, en la práctica, un individuo que se mantiene en un estrato inferior durante toda su vida, es probable que la mortalidad se produzca mucho antes, por el fenómeno de selección natural. Esto se revierte si se produce la liberación de dicho individuo, o sea que cambie su posición sociológica.

Sin lugar a dudas que un elemento clave para el análisis del crecimiento es la definición del valor máximo en diámetro que puede alcanzar el Raulí. Si bien diversos autores (PIENAAR, 1969; TURNBULL, 1966) han demostrado que a nivel de masa, una especie en un sitio dado arribará a un rendimiento final determinado, independientemente de la densidad, esto no sería válido si se analiza a nivel individual. Los individuos fueron agrupados en integrantes del estrato superior e inferior, y se supone que este estado se mantiene a lo largo de sus vidas. Esto significa, que se analiza el crecimiento de individuos que nunca han cambiado su condición de dominantes o intermedios en la estructura. A partir de esto se desecha la hipótesis de rendimiento final común para una especie en un

sitio (o promedio de sitios), pues se considera que a pesar que la condición genética sea uniforme, los individuos de distintos estratos no alcanzarán el mismo valor final, máxime si se analiza el crecimiento en diámetro, que es fuertemente influenciado por la densidad.

En la dinámica natural del bosque de *Nothofagus*, puede ocurrir que un individuo pase por etapas sucesivas de opresión y liberación por el fenómeno de competencia se va cumpliendo la selección natural, que principalmente actúa sobre los individuos que desarrollan en inferioridad de condiciones. Estos individuos, que poseen el potencial suficiente, pero desarrollan en condiciones desventajosas, nunca alcanzarán las dimensiones de aquellos individuos que aprovechan al máximo los elementos del sitio.

Tal hipótesis se contrapone a la planteada por VÁZQUEZ (1988), en el estudio del crecimiento diamétrico de especies tropicales, que propone para analizar el crecimiento de individuos de distintas posiciones sociológicas, un  $d_{ap}$  máximo común. Plantear la hipótesis de asíntota común a individuos con distinto desarrollo, genera en los modelos del tipo Richards varias inconsistencias. La más común es que se prolonga el período de vida de los árboles suprimidos a edades inalcanzables biológicamente. Esto se explica por el hecho de que un árbol con menor volumen de copa tiene un ritmo menor de crecimiento, por lo tanto para alcanzar un determinado diámetro necesita mucho más tiempo, que un árbol dominante. Otra inconsistencia se produce con las culminaciones de los crecimientos corrientes, dado que fijar una asíntota común, genera una culminación más tardía de los individuos del estrato inferior, y tal supuesto origina que el incremento corriente anual de un árbol intermedio u oprimido sea superior al de un del estrato dominante, durante gran parte del ciclo de vida. Dicho fenómeno es inconsistente desde el punto de vista biológico, si bien estadísticamente el modelo de resultados satisfactorios.

Por tratarse de un modelo biológico, sus parámetros

están relacionados con factores que condicionan el desarrollo. El parámetro  $m$  determina la ubicación del punto de inflexión de la curva de crecimiento o rendimiento. Puesto que el sitio y la especie hacen variar los puntos de inflexión o culminación del crecimiento,  $m$  está biológicamente correlacionado con tales factores. Esta situación presenta un excepción que es justamente cuando en un mismo sitio y para una misma especie se analiza el crecimiento de grupos de individuos de diferente posición en la estructura. En estos análisis, aún tratándose de la misma especie en un sitio dado, el valor del parámetro  $m$  está positivamente correlacionado con la mejor posición sociológica. En base a los resultados de los ajustes de los datos observados se concluye que el punto de inflexión de los árboles del estrato inferior es anterior o a lo sumo aproximado al de los árboles del estrato superior. Ello se justifica por la influencia en la dinámica de competencia que ocasionan la densidad y el ritmo de regeneración.

En la estrategia regenerativa de los *Nothofagus*, se puede distinguir períodos más o menos largos de regeneración en superficies variables. Esto provoca que una cantidad significativa de brinzales crezcan bajo una gran presión competitiva por la luz, el agua y los nutrientes. El resultado es un menor desarrollo de copa y una culminación prematura del crecimiento en diámetro.

Seguramente debido a que el Raulí es algo tolerante en su etapa juvenil, la culminación de los crecimientos corrientes es relativamente tardía, 38 años para individuos del estrato inferior y 56 años para el superior. En un cuadro comparativo se espera que el resto de los *Nothofagus* asociados con el Raulí muestren culminaciones anteriores, dados sus temperamentos más heliófilos.

## CONCLUSIONES

1) El dap máximo promedio que alcanza un árbol de Raulí, en la región estudiada, desarrollando en los estratos superior e inferior del rodal es de 80 y 55 cm respectivamente.

2) Los ajustes del modelo de Chapman-Richards expresan satisfactoriamente el crecimiento diametral de árboles de Raulí que desarrollan en determinada posición sociológica durante todas sus vidas.

3) El parámetro  $m$  del modelo, además de estar positivamente correlacionado con el sitio, también lo está, en un mismo sitio, con la mejor posición sociológica.

4) No es válido considerar la hipótesis de rendimiento final común, para una especie en un sitio, para interpretar el crecimiento de árboles de distintas posiciones sociológicas.

5) El ciclo de vida se determinó para cualquier estrato en 300 años. Aunque en la práctica un individuo, intolerante como el Raulí, que desarrolla en el estrato inferior, es probable que muera mucho antes, consecuencia de la presión de la competencia. Esto se revierte si se produce la liberación de dicho individuo, o sea que cambie su posición sociológica.

6) La culminación del crecimiento anual en diámetro es anterior en árboles de Raulí que desarrollan en el estrato inferior del rodal, bajo presión competitiva. Pero la culminación, con respecto a los *Nothofagus* asociados, se espera sea posterior.

## RESUMEN

Con información obtenida de tarugos o virutas de árboles de Raulí, se realizó un estudio sobre la aplicación de un modelo biológico de crecimiento para la interpretación de la dinámica de dicha especie. El modelo empleado fue desarrollado por von Bertalanffy y modificado por RICHARDS (1959). Se utilizó para estratos sociológicos - individuos del estrato superior e inferior del dosel. Ajustadas las funciones de crecimiento diamétrico para cada estrato, de ellas se derivó las respectivas funciones de redimiento diamétrico.

El área donde se desarrolló el estudio es de aproximadamente 450 hectáreas, cuyo bosque está compuesto en

distintas proporciones por varias especies de *Nothofagus*. Ella se localiza a unos 25 km de la ciudad de San Martín de los Andes, dentro de la zona de Reserva del Parque Nacional Lanín.

Los resultados de los ajustes de la función fueron satisfactorios, tanto desde el punto de vista estadístico como desde el biológico. A partir de ellos se formula la hipótesis de crecimiento individual del Raulí en condiciones naturales promedios. Se observa que la hipótesis de asíntota común, para expresar el desarrollo de árboles y masas forestales, no es válida cuando se intenta caracterizar el crecimiento de individuos de distintas posiciones sociológicas, hecho que constituirá una excepción.

**Palabras claves:** Modelos, crecimiento individual, Raulí, dinámica.

## SUMMARY

### INDIVIDUAL GROWTH MODEL OF RAULI (*Nothofagus alpina* (Poepp. et Endl.) Oerst

A study of Raulí growth dynamics was performed with information obtained from cores of wood of Raulí trees measured for a forest inventory. A growth biological model, developed by VON BERTALANFFY (1934) and modified by RICHARDS (1959), was utilized to explain the diameter growth.

The sampled trees were scattered in an area of 450 ha of native forest. That forest was composed to five different species of *Nothofagus* and it is localized in the Lanin National Reserve, 25 km from San Martín de los Andes, Neuquén Province.

The model was fitted to the data obtained from dominant and codominant trees to calculate a first equation. A second equation was calculated by fitting the model to the data obtained from intermediate and suppressed trees. Diameter, basal area and volume growth curves are presented for the upper and lower strata of Raulí trees. The individual growth hypothesis of Raulí in a native stand is

explained. It was observed that the common asymptotic diameter theory cannot explain the individual growth of trees from different strata.

**Key words:** Models, individual growth, Raulí, dynamics.

### AGRADECIMIENTOS

Al Laboratorio de Dendroconología del I.A.NI.GLA. y a la Cátedra de Dendrología de la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales de la Universidad Nacional de La Plata.

A los Ingenieros Forestales: Luiz A. COLOMBO, Marcelo A. REY, Marcelo GONZALEZ PEÑALBA y Luis TEJERA.

A los estudiantes de Ingeniería Forestal: Vivian POSTLER, Renato SBRANCIA, Adriana GARRIGO, Gerardo LOPEZ y Daniel BOCOS.

A las cartógrafas: Cristina FRISA y Mabel STRADA.

### BIBLIOGRAFIA

- CHAUCHARD, L., 1988. Plan de Manejo de un Bosque Mixto de Raulí, Roble Pellín y Coihue. Reserva Nacional Lanín. Convenio Universidad Nacional de La Plata-Administración de Parques Nacionales. Inédito. La Plata.
- CHAUCHARD, L., 1989. Plan de Manejo Quilánlahue; Reserva Nacional Lanín. Municipalidad de Junín de Los Andes-Administración de Parques Nacionales. Inédito. La Plata.
- CLUTTER, J. et alii, 1977. **Timber Management: a Quantitative Approach**. New York, John Wiley. 228p.
- DRAPER, N. & SMITH, 1966. **Applied Regression**. New York, John Wiley. 407p.
- HENNING, N., 1975. Sugerencias para el Inventario Forestal. Ordenación de los Pinares de Nueva Segovia. Proyecto NIC/74/002, NAG/PNUD/FAO. DEoc. de Trabajo nº 1. Managua. Nicaragua.
- ITO, T. & OSUMI, 1984. An Analysis of the Basal Area Growth in Evenaged Pure Stand Based on the Richards Growth Function. **Journal Japan For. Soc.**, Japón, 66 (3): 99-108.

- KLEPAC, D., 1983. **Crecimiento e Incremento de Arboles y Masas Forestales**. 2.ed. México, Universidad Autónoma Chapingo. 365p.
- LUNDGREN, A. et alii, s.d. **Biological Growth Functions Described Published Site Index Curves for Lake States Timber Species**. USDA. Forest Service. North Central Forest Exp. Station.
- OSUMI, S., 1983. Applicabilité de la Fonction de Richards a l'Analyse de Croissance de l'Arbre. **Les Colloques de l'INRA**, Orleans, (17): 77-86.
- PIENAAR, L., 1969. Towards the Development of Forest Management Tables. **Forest in South Africa**, Pretoria, (10): 15-19.
- RICHARDS, F., 1959. A Flexible Growth Function for Empirical Use. **Journal of Experimental Botany**, London, 10(29): 290-300.
- SWEDA, T., 1984. Applicability of Growth Equations to the Growth of Trees in Stem Radius (II). Application to Jack Pine. **Journal Japan Forest Society**, Japon, 66(3): 402-411.
- URIBE, G., A., 1987. Cómputo de la Regresión Lineal Múltiple y de la Regresión no Lineal. **Crónica Forestal y del Medio Ambiente**, Medellín, 3(1/2): 124-179.
- VAZQUEZ, V., G., 1988. Crecimiento de un Bosque de Guadalupe Explotado en el Litoral Pacífico Colombiano: Estudio del Crecimiento Diamétrico (I). **Crónica Forestal y del Medio Ambiente**, Medellín, junio, p. 35-62.
- VILLALBA, R., 1988. Aportes de la Dendrocronología al Manejo Silvicultural de los Bosques Nativos: I, La selva Tucumano-Oranense. In: CONGRESO FORESTAL ARGENTINO, VI, Santiago del Estero. **Acta**. p.105-109.