

MODELOS ARMA PARA LA AGRICULTURA

Norma M. Cantatore de Frank¹

1. INTRODUCCION

1.1. Objetivos

Un rasgo fundamental en la empresa agropecuaria es la falta de conocimiento de los niveles futuros de insumos, producción y precios. Se considera que el productor agropecuario debe soportar una mayor carga de incertidumbre que los empresarios de la mayor parte de los otros sectores de la economía. No obstante, por sí mismo, el alto grado de variabilidad en la exploración agropecuaria sólo constituye una parte del problema, pues, si los productores supieran por adelantado que variaciones ocurrirán, estarían mejor preparados para tener en cuenta las previsiones necesarias; el núcleo del problema consiste en que son, en gran medida, imprevisibles en un grado que depende del rubro en consideración, por ejemplo, los precios futuros de la producción.

La incertidumbre es sinónimo de conocimiento imperfecto; incertidumbre respecto a sucesos que se pueden producir en el futuro, es decir, no conocidos. Es así, que se podrán obtener mejores resultados si se logra, por lo menos, en alguna medida, reducir tal incertidumbre de sucesos futuros.

Hasta no hace mucho tiempo, se ha tratado, casi exclusivamente, de predecir mediante el estudio de modelos

¹ Dra. Ing. Agr. - INTA (Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria), Buenos Aires, Argentina.

causales; el enfoque sustentado aquí difiere fundamentalmente del criterio causal en que, mientras en éste se propone una relación causa-efecto entre las entradas y salidas de un sistema, en el criterio abordado aquí, se considera al sistema como caja negra y no se hace ningún intento para describir los factores que afectan su comportamiento; el objetivo es observar y predecir.

Se concentró la atención en los modelos de la clase ARMA -autoressive moving average models - univariados, en los cuales el planteo inicial considera que la serie temporal, objeto de estudio, ha sido generada por un proceso estocástico.

Las técnicas de elaboración de los modelos de la clase ARMA se dirigen a identificar el modelo generador de las observaciones, para luego, mediante algún proceso iterativo, estimar y verificar el modelo, el cual, una vez aceptado, se utilizará para predecir valores futuros de la serie en estudio.

Se tomaron en consideración los precios de un producto relevante de la agricultura cerealera argentina: el trigo. Es innegable que, para planear, siempre resulta necesario contar con un buen pronóstico sobre el comportamiento que habrán de tener algunas de las actividades e de los parámetros de la gestión a desarrollar.

1.2. Fundamentos de la predicción

Se pueden identificar dos importantes métodos de predicción: explicativo y de series temporales. Estos métodos son complementarios unos con otros y se han concebido para dos tipos diferentes de aplicación. Asimismo, se basan en principios filosóficos distintos.

La predicción explicativa presupone una relación causa-efecto entre las entradas y salidas de un sistema, tal como lo indica la Figura 1.1.

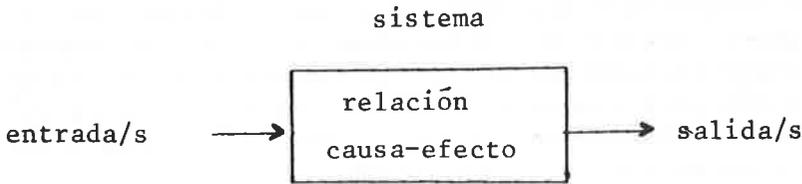


Figura 1.1. Relación explicativa o causal.

El sistema puede referirse a cualquier tema. De acuerdo con la predicción explicativa, cualquier cambio en las entradas afectará la salida del sistema en forma predecible, dando por sentado que la relación causa-efecto es constante. La primera tarea para efectuar la predicción consiste en encontrar la relación causa-efecto observando la salida del sistema y relacionándola con las correspondientes entradas.

A diferencia de la predicción explicativa, la predicción de series temporales considera al sistema como caja negra y no hace ningún intento para descubrir factores que afectan su comportamiento. Tal como se indica en la figura 1.2. el sistema se considera como un proceso de generación desconocido.

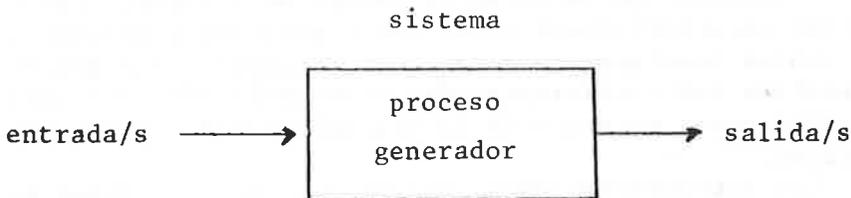


Figura 1.2. Relación de series temporales.

Existen dos razones fundamentales para querer tratar un sistema como caja negra; una razón es que, frecuentemente, no se entiende como opera el sistema, lo cual hace extremadamente difícil descubrir la relación que

rige su comportamiento. Aún cuando se entienda dicho sistema, puede resultar muy dificultoso medirlo, en cuanto no se puede utilizar un proceso de cuantificación. La segunda razón para tratar al sistema como caja negra es que el objetivo consiste solamente en observar y predecir que pasará y no en saber por qué sucede.

II. MATERIAL Y METODOS

2.1. Material

La variable estudiada fue: precio medio mensual / 100 kg trigo.

Los precios medios mensuales de trigo fueron suministrados por la Biblioteca de la Bolsa de Cereales de Buenos Aires. Los mismos fueron deflacionados con el índice de precios mayoristas no agropecuarios, base 1981 = 100. El período considerado fue 1962-1989.

2.2. Métodos

2.2.1. Identificación de las características de una serie de tiempo univariada

Antes de usar algún tipo de modelo para el pronóstico, se deberán, en la serie de tiempo en estudio, identificar características tales como: estacionalidad, etc., las cuales requieren un enfoque sistemático. Tal proceso utiliza los coeficientes de autocorrelación $-r_k-$ para los diferentes retardos de la variable que se quiere pronosticar.

Las autocorrelaciones, calculadas para distintos retardos de tiempo, permitirán saber lo siguiente sobre la información disponible: i) si los datos son aleatorios, ii) si la serie es estacionaria, iii) si la serie no es estacionaria, a que nivel se vuelve estacionaria, iv) si la serie es estacional, v) si la serie es estacional, cual es el período.

2.2.2. Modelos de la clase ARMA

2.2.2.1. Modelos AR puros

Un modelo autoregresivo (AR) es de la forma:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t \quad (2.1).$$

La ecuación (2.1) difiere de la ecuación general de regresión, sólo en que en ellas, las variables independientes son valores pasados de la variable dependiente X_t ; los parámetros autoregresivos se obtienen por un método iterativo-mínimo cuadrático.

El modelo general AR(p) de la ecuación (2.1) puede tomar varias formas, dependiendo del orden de p .

2.2.2.2. Modelos MA puros

En la información disponible pueden existir algunos movimientos que no se pueden aislar con un modelo AR(p), donde p es generalmente bajo. Afortunadamente, existe otro tipo general de modelos llamados de promedio móvil -MA-(*), los cuales pueden colaborar a resolver el problema.

Los modelos MA proveen pronósticos de X_t basados en una combinación lineal de errores pasados, en contraste con los modelos AR que expresan a X_t como una función lineal de los verdaderos valores pasados p de X_t .

El modelo general MA es:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.2).$$

La suma $\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_q$ no necesariamente da uno, ni tampoco lo hacen los valores θ_i al "moverse" con nuevas observaciones para calcular promedio móvil.

2.2.2.3. Modelos mixtos ARMA

Es posible combinar en una misma ecuación los modelos AR(p) y MA(q). Esta mezcla da una clase general de modelos llamados ARMA.

(*) MA: moving average models

El modelo general ARMA es de orden pq . Se obtiene combinando las ecuaciones (2.1) y (2.2) de la siguiente manera:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.3).$$

Se puede ver por (2.3) que los modelos ARMA usan combinaciones de valores pasados y errores pasados abarcando varios términos y ambos parámetros, el AR y MA.

2.2.3. Identificación de un modelo específico de la clase ARMA

El propósito de la etapa de identificación consiste en elegir un modelo específico de la clase ARMA(pq).

La elección de los valores apropiados p y q exige examinar los coeficientes de autocorrelación r_k y de autocorrelación parcial $\hat{\theta}_{kk}$ calculados con los datos originales.

El proceso de identificación consiste en comparar el comportamiento de los coeficientes de autocorrelación y coeficientes de autocorrelación parcial teóricos correspondientes a distintos modelos teóricos con los que pueden guardar similitud, teniendo en cuenta que nunca cabe esperar una similitud perfecta debido a errores de muestreo.

La Tabla 2.1 muestra el comportamiento de la función de autocorrelación teórica y la función de autocorrelación parcial teórica para modelos AR, MA e ARMA.

Tabla 2.1. Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial para modelos AR(p), MA(q) y ARMA(pq).

Modelo	función de autocorrelación teórica	función de autocorrelación teórica parcial
AR(p)	decrecimiento rápido de tipo geométrico puro y geométrico con alteración de signos, sinusoidal o mezcla.	se anula para retardos superiores a p
MA(q)	se anula para retardos superiores a q	decrecimiento rápido de tipo exponencial y o sinusoidal
ARMA(pq)	los primeros valores iniciales tienen patrón fijo y van seguidos de oscilaciones sinusoidales y/o exponenciales amortiguadas.	los primeros valores iniciales no tienen patrón fijo y van seguidos de una mezcla de oscilaciones sinusoidales y/o exponenciales amortiguadas.

2.2.4. Estimación de los parámetros del modelo

El propósito, en la etapa de estimación de los parámetros del modelo, es obtener estimadores óptimos. El criterio para seleccionar estimadores es hacer el ECM-error cuadrático medio- tan pequeño como sea posible, o sea, que la meta es minimizar $\sum e_i^2/n$.

En el presente trabajo se ha utilizado una técnica de optimización mínimocuadrática no convencional (filtración adaptada), en vez de utilizar el algoritmo de Marquardt, técnica convencional para este tipo de modelación; se estima que el criterio seguido aquí presenta ciertas ventajas, tales como:

- puede utilizarse con un número mínimo de valores,
- es un método verdaderamente adaptado a sí mismo; puede ajustarse automáticamente ante los cambios que pueda manifestar la información básica,
- tiene pocas restricciones.

Filtración adaptada para un proceso AR

Este método comienza con un conjunto inicial de valores ϕ_i y procede a ajustarlos utilizando para ello, la expresión

$$\phi'_i = \phi_i + 2k e_t X_{t-i} \quad (2.4).$$

Está demostrado que se pueden lograr fácilmente los valores de los parámetros que resultan de un ECM más pequeño, usando en forma iterativa la expresión (2.4), bajo las condiciones necesarias.

La expresión completa del modelo AR de filtración adaptada es:

$$X_t = \phi_{1t} X_{t-1} + \phi_{2t} X_{t-2} + \phi_{3t} X_{t-3} + \dots + \phi_{pt} X_{t-p} + e_t \quad (2.5).$$

La expresión para adaptar los parámetros de (2.5) de acuerdo a lo expresado es:

$$\phi'_{it} = \phi_{it-1} + 2k e_t X_{t-1}; \quad \begin{matrix} i = 1, 2, 3, \dots, p \\ t = p+1, p+2, \dots, n \end{matrix} \quad (2.6).$$

donde:

ϕ'_{it} es el nuevo parámetro adaptado,

ϕ_{it-1} es el parámetro viejo,

k es una constante que determina la velocidad de adaptación,

e_t es el error,

X_{t-i} es el valor de la serie de tiempo en el período $t-i$.

La expresión (2.6) aproximará los valores óptimos del (ECM) mínimo.

Un aspecto que requiere consideración es elegir un valor para la constante k . Este valor se determina

encontrando los valores más altos de los p términos de la serie de tiempo y dejando que k sea igual o menor que:

$$k \leq \frac{1}{\left[\begin{array}{cc} p & X_i^2 \\ \Sigma & \\ i=1 & \end{array} \right] \max.} \quad (2.7).$$

Filtración adaptada para un proceso MA

Para optimizar los parámetros en los modelos MA, se puede usar la expresión (2.6) de la siguiente manera:

$$\theta'_{it} = \theta_{it-1} + 2k e_t (-e_{t-1}); \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, p \\ t = p+1, p+2, \dots, n, \end{array} \quad (2.8).$$

La condición suficiente para la convergencia del algoritmo de filtración adaptada en un proceso MA es:

$$0 < k < \frac{1}{\begin{array}{c} t-1 \\ \Sigma e_i^2 \\ i= t-p \end{array}} \quad (2.9),$$

$$t = q+1, \dots, n$$

Filtración adaptada para los modelos mixtos ARMA

Para lograr la optimización de los estimadores a través de la técnica de filtración adaptada para un modelo mixto ARMA, se usa la ecuación (2.4) para los valores AR y la ecuación (2.6) para los valores MA. Es decir:

$$\phi'_{it} = \phi_{it-1} + 2k e_t X_{t-i} \quad (2.10).$$

$$\theta'_{it} = \theta_{it-1} - 2k e_t e_{t-i} \quad (2.11).$$

La condición suficiente para la convergencia del algoritmo, en un proceso ARMA, implica incluir ambos términos X_i^2 y e_i^2 en el denominador de:

$$0 < k < \frac{1}{\sum_{i=t-p}^{t-1} X_i^2} \sum_{i=t-p}^{t-1} e_i^2 \quad (2.12).$$

2.2.4.1. Valores iniciales para los estimadores de los parámetros AR, MA y ARMA

- Estimadores iniciales para modelos AR

El modelo general AR(p) se presentó como:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + \dots + e_t \quad (2.13).$$

Si ambos lados de esta ecuación se multiplican por X_{t-k} , donde $k = 1, 2, \dots, p$, el resultado es:

$$X_{t-k} X_t = \phi_1 X_{t-k} X_{t-1} + \phi_2 X_{t-k} X_{t-2} + \phi_3 X_{t-k} X_{t-3} + \dots + \phi_p X_{t-k} X_{t-p} + X_{t-k} e_t \quad (2.14).$$

Tomando el valor esperado en ambos lados de la ecuación (2.14) y asumiendo estacionaridad, se obtiene:

$$\delta_k = \phi_1 \delta_{k-1} + \phi_2 \delta_{k-2} + \phi_3 \delta_{k-3} + \dots + \phi_p \delta_{k-p} \quad (2.15).$$

donde δ_k es la covarianza entre X_t y X_{t-k} . Esto es así porque $E(X_{t-k} X_t)$ es por definición la covarianza entre las variables X_{t-k} y X_t , donde las variables están separadas por un período de tiempo k .

Luego, ambos lados de la ecuación (2.15) se pueden dividir por la varianza de X_t . El resultado es:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \phi_3 \rho_{k-3} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad (2.16).$$

Si $k = 1, 2, 3, \dots, p$ en (2.16) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones YULE-WALKER:

La finalidad de la fase de validación, consiste en analizar la adecuación del modelo a los datos.

La condición básica que debe cumplir un modelo para que se lo pueda considerar adecuado para el pronóstico es que los residuos del modelo estimado sean ruido blanco (aleatorios); caso contrario, el modelo debe ser rechazado ya que ello indicaría que los residuos contienen información relevante para la predicción.

III. RESULTADOS

En base a lo fundamentado hasta aquí, se analizarán a continuación los resultados logrados para el producto tomado en consideración.

3.1. Precios de trigo

Tal como se expresara, se trabajó con la serie de precios medios mensuales deflacionados.

3.1.1. Identificación de las características de la serie

Se efectuó la identificación de las características de la serie bajo análisis, como, así también, la del modelo y orden del mismo.

Para encarar la identificación de las características de la serie bajo análisis, se calcularon las autocorrelaciones $-r_k-$, cuyos primeros 20 valores se dan a continuación. - Tabla 3.1, extraídos de la salida de computadora.

El gráfico de la Figura 3.1 puso de manifiesto la tendencia que caracterizaba a la serie; es decir, que se tenía en estudio una serie no estacionaria, la cual, aparentemente, no evidenciaba marcada estacionalidad.

Por lo expuesto, se diferenciò la serie - diferenciación de orden uno $-V^1-$ con el objeto de eliminar la citada tendencia.

Tabla 3.1. Autocorrelaciones $-r_k-$ para la serie de precios a moneda constante.

Período	r_k	Período	r_k
1	0,9176	11	0,4746
2	0,8081	12	0,4240
3	0,6928	13	0,3601
4	0,5970	14	0,2842
5	0,5321	15	0,2217
6	0,4977	16	0,1699
7	0,4812	17	0,1333
8	0,4803	18	0,1004
9	0,4811	19	0,0734
10	0,4855	20	0,0580

Con los valores precedentes, se confeccionó el siguiente correlograma - Figura 3.1 -

Con los valores de la serie primeras diferencias $\nabla^1 X_t$ - se calcularon nuevamente las autocorrelaciones $-r_k-$, efectuándose una nueva identificación. En la Tabla 3.2 se encuentran los valores de las primeras 25 autocorrelaciones y en la Figura 3.2 la graficación correspondiente.

La Figura 3.2 indica aún existencia de no estacionaridad, por lo cuanto los valores r_k no fluctúan todos al rededor de cero, dentro de los límites de confianza calculados.

Por lo expuesto, se procedió a diferenciar la serie en segundas diferencias $-\nabla^2 X_t-$.

En la Tabla 3.3 y en la Figura 3.3, se muestran los valores de las primeras 25 autocorrelaciones $-r_k-$ para la serie segundas diferencias.

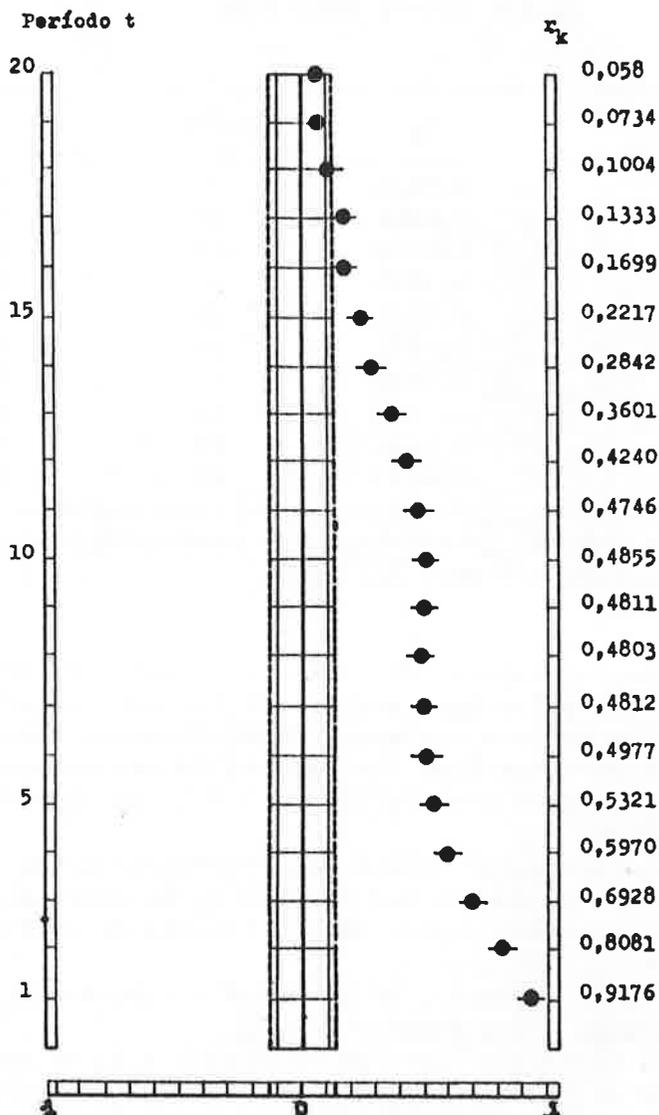


Figura 3.1. Correlograma correspondiente a los valores de la Tabla 3.1.

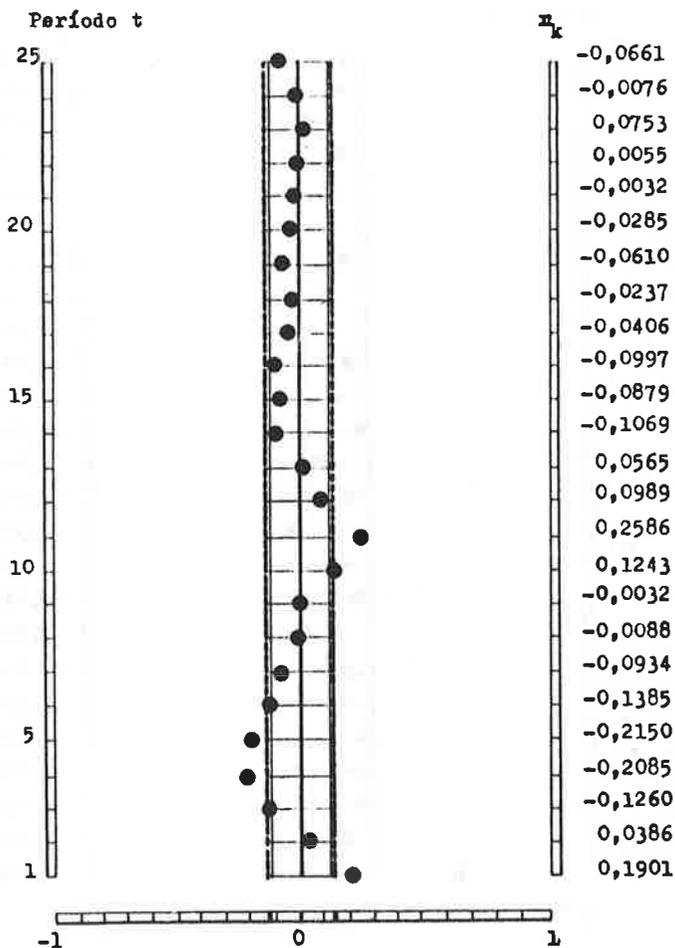


Figura 3.2. Correlograma correspondiente a los valores de la Tabla 3.2.

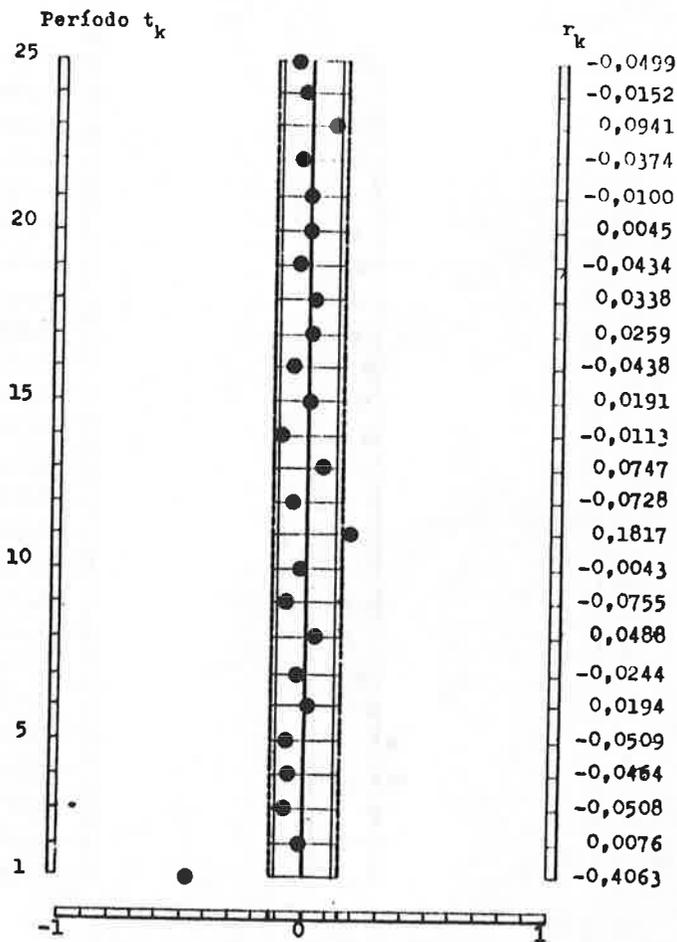


Figura 3.3. Correlograma correspondiente a los valores de
na Tabla 3.3.

Tabla 3.2. Autocorrelaciones $-r_k$ para la serie primeras diferencias.

Período	r_k	Período	r_k
1	0,1901	13	0,0565
2	0,0386	14	-0,1069
3	-0,1260	15	-0,0879
4	-0,2085	16	-0,0997
5	-0,2150	17	-0,0406
6	-0,1385	18	-0,0237
7	-0,0934	19	-0,0610
8	-0,0088	20	-0,0285
9	-0,0032	21	-0,0032
10	0,1243	22	0,0055
11	0,2586	23	0,0753
12	0,0989	24	-0,0076
		25	-0,0661

Tabla 3.3. Autocorrelaciones $-r_k$ para la serie segundas diferencias.

Período	r_k	Período	r_k
1	-0,4063	13	0,0747
2	0,0076	14	-0,1123
3	-0,0508	15	0,0191
4	-0,0464	16	-0,0438
5	-0,0509	17	0,0259
6	0,0194	18	0,0338
7	-0,0244	19	-0,0434
8	0,0488	20	0,0045
9	-0,0755	21	0,0100
10	-0,0043	22	-0,0374
11	0,1817	23	0,0941
12	-0,0728	24	-0,0152
		25	-0,0499

La observación del gráfico de la Figura 3.3 evidencia la eliminación de la no estacionaridad. El período 11 presenta un valor de r_k significativo; ello pone de manifiesto la presencia de estacionalidad en los datos. Dicho movimiento no se incorporó en el modelo a estimar.

3.1.2. Identificación del modelo a estimar

De acuerdo a lo expuesto en el punto II, para identificar el modelo a estimar, se debieron calcular las autocorrelaciones parciales $\hat{\theta}_{kk}$ de la serie segundas diferencias $\nabla^2 X_t$. Se pueden ver en la Tabla 3.4 las primeras 25 autocorrelaciones calculadas parciales y en la Figura 3.4 el gráfico correspondiente.

Tabla 3.4. Autocorrelaciones parciales $\hat{\theta}_{kk}$ correspondientes a la serie segundas diferencias $\nabla^2 X_t$

Período	$\hat{\theta}_{kk}$	Período	$\hat{\theta}_{kk}$
1	-0,4063	13	-0,0099
2	-0,1887	14	-0,1131
3	-0,1538	15	-0,0789
4	-0,1691	16	-0,0903
5	-0,2075	17	-0,0535
6	-0,1698	18	0,0277
7	0,1886	19	-0,0420
8	0,1346	20	-0,0078
9	0,2385	21	0,0047
10	0,3090	22	-0,0828
11	0,0805	23	0,0187
12	-0,1144	24	0,0052
		25	-0,0320

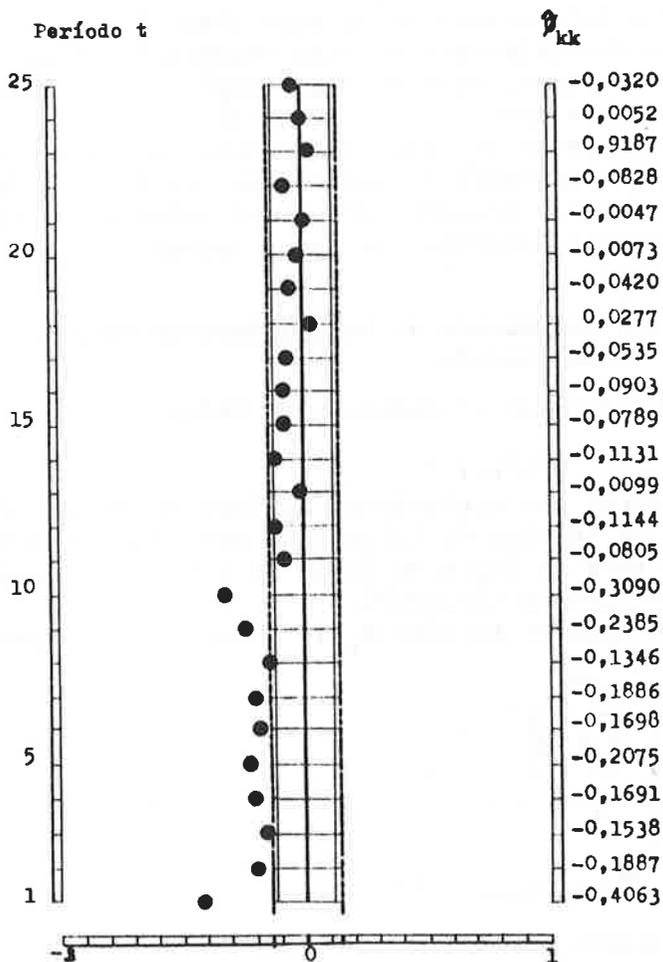


Figura 3.4. Correlograma de autocorrelaciones parciales $\hat{\theta}_{kk}$ correspondientes a los valores de la tabla 3.4.

De la observación de los gráficos 3.3 y 3.4 correspondientes a las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales $-r_k$ y $\hat{\theta}_{kk}$ surge que:

- las autocorrelaciones $-r_k$ se anulan para retardos superiores a q ,
- las autocorrelaciones parciales $-\hat{\theta}_{kk}$ manifiestan un decrecimiento de tipo exponencial lento.

Por lo tanto, el modelo que explicará el movimiento en la serie se identificó como $MA(q)$.

Con respecto al orden del modelo, el mismo resultó de primer orden $-MA(1)-$, por cuanto, la función de autocorrelación $-r_k$ presentó el primer valor solamente significativamente distinto de cero, cayendo luego, bruscamente a cero.

3.1.3. Estimación de los parámetros óptimos del modelo

Identificando el modelo como $MA(1)$:

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} ,$$

se calcularon los estimadores óptimos de los parámetros, mediante la técnica de filtración adaptada. Los estimadores óptimos se lograron luego de 2 ciclos iterativos, en un ECM igual a 122,09070.

El estimador inicial θ_1 se obtuvo de la expresión:

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} .$$

Así: .

$$\hat{\theta}_{1\text{-inicial}} = 0,513494.$$

El modelo resultó ser:

$$X_t = e_t - 0,12433 e_{t-1} .$$

3.1.4. Validación del modelo

Con la finalidad de confirmar si el modelo estimado representaba adecuadamente el comportamiento de los precios de trigo, se efectuó la validación del mismo. Para ello, se calcularon las autocorrelaciones de los residuos con el objeto de analizar si resultaban aleatorios.

Como puede observarse en la Figura 3.5, los valores de r_k para los residuos resultaron aleatorios, lo que confirma la corrección del modelo estimado. El valor correspondiente al período 11 es significativo por la presencia en la serie de estacionalidad, como ya se expresara.

3.1.5. Pronóstico ex-post

Finalmente, se probó la capacidad de pronóstico del model analizado. Para ello, se interrumpió la serie al finalizar en año 1983, estimándose, a partir de 1984, los valores correspondientes. Se calcularon los límites de confianza de la estimación al 50 y 95%.

La Figura 3.6 muestra el pronóstico ex-post efectuado.

III. CONCLUSIONES

Hasta aquí se fundamentó y desarrolló una técnica de pronóstico, cuya filosofía sustenta el desconocimiento del sistema con el cual se opera, diferenciándose del criterio causal utilizado casi exclusivamente hasta no hace mucho tiempo.

Hemos podido demostrar:

- a. la capacidad de pronóstico de la modelación de la clase ARMA. Se han utilizado dichos modelos para predecir el comportamiento futuro de los precios de un relevante producto de la empresa agropecuaria argentina: el trigo.

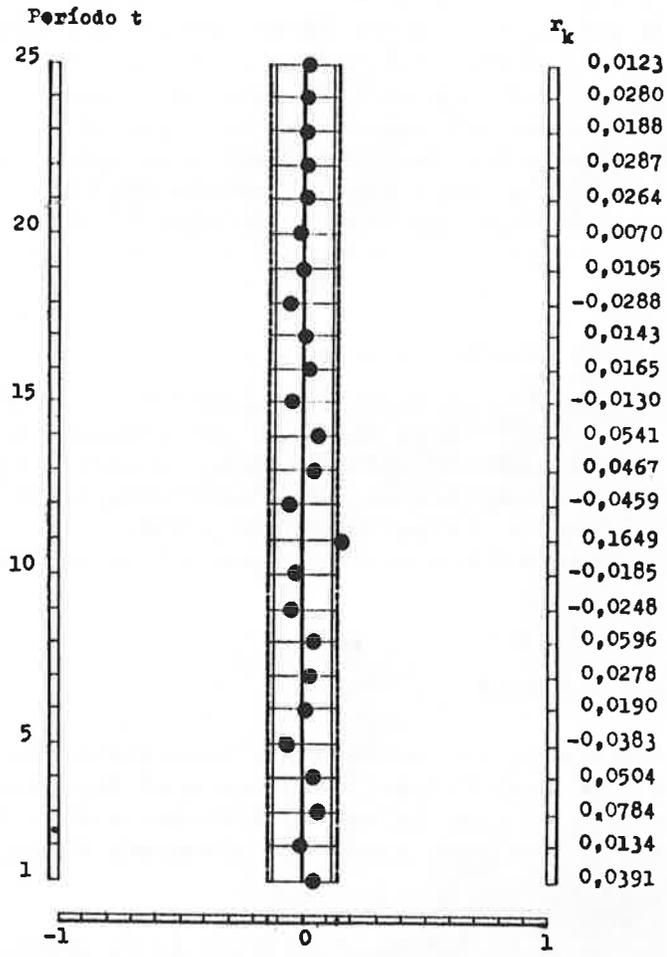


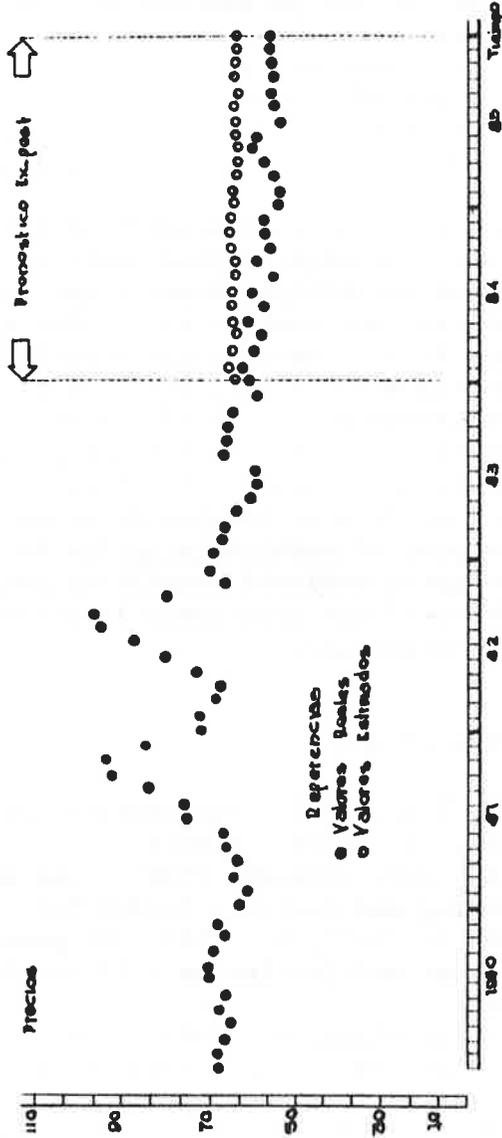
Figura 3.5. Autocorrelaciones de los residuos $-r_k$ correspondientes al modelo MA(1) estimado.

CO-

Figura 3.6. Pronóstico ex-post correspondiente a precios de trigo.
Período 1964-1989.

TRIGO

Precios Promedio Constantes por Carga
300 kg y Promedios Ex-post



- b. la viabilidad de la técnica que denominamos filtración adaptada para obtener los estimadores óptimos de los parámetros del modelo apto para el pronóstico. Este aspecto se considera de verdadero interés, por cuanto, hasta ahora, la bibliografía específica hace referencia exclusivamente al algoritmo de Marquardt, preciso a no dudarlo, pero de mayor complejidad.

La técnica no convencional utilizada, como se ha demostrado, responde acertadamente al objetivo con menor complejidad matemática, aspecto que, a nuestro juicio, lo destaca, por cuanto, el técnico agropecuario podrá hacer uso de esta metodología contribuyendo con mejores herramientas a la planificación de la empresa del sector y por extensión a la economía global del país. Es importante destacar que la calidad del pronóstico es de suma importancia para obtener planes válidos y confiables.

De acuerdo a la técnica de pronóstico utilizada en este trabajo, se seguirá la evolución de los precios de este producto, mediante pronóstico ex-antes, con la finalidad de continuar analizando la bondad de pronóstico del método desarrollado.

LITERATURA CITADA

- ANDERSON, T.W., 1971. **The Statistical analysis of time series**. J. Wiley. N.York.
- BOX, G.E., G.M. JENKINS, 1980. **Time series analysis: forecasting and control**. Holden Day. San Francisco, E.U.A.
- CANTATORE de FRANK, N., 1985. **El pronóstico en series de tiempo multivariantes - El modelo MARMA-**. INTA. Bs.As.
- CANTATORE de FRANK, N., 1985. **Series de tiempo uni y bi dimensionales - el problema de la identificación-** Editorial Hemisferio Sur. Buenos Aires.
- CANTATORE de FRANK, N., 1986. **Incidencia de la estacionalidad en el algoritmo de un modelo ARMA**. INTA. Bs.As.

- CHARFIELD, C., 1985. **The analysis of time series, Theory and practice.** Chapman and Hall. Londres.
- DEISTLER, M. & W. PLIBERGER, 1982. Identifiability and inference in ARMA systems in time series analysis. Anderson ed. North Holland. Amsterdam.
- GODOLPHIN, E.J., 1984. A direct representation for the large sample maximum likelihood estimator of the Gaussian autoregressive moving average models. *Biometrika* 71, 281-289.
- GOOIGER, J. & P. SAIKKONEN, 1985. A specification strategy for order determination in ARMA models. Research Report n° 54. Department of Statistics, University of Helsinki.
- HARVEY, A., 1971. **The theory and practice of Econometrics.** J. Wiley. N. York.
- PIERCE, D.A., 1979. R^2 measures for time series. *J. American Statistical Association*, 74.
- SOLO, Víctor, 1983. **Topics in Advanced time series analysis.** Lecture Notes, Springer Verlag. N.York.
- VAJANI, L., 1977. **Teoria Statistica della previsione.** Ed. Etas-Kompass. Milán.