

CORRELAÇÃO ENTRE ÊRRO DE FECHAMENTO E ÊRRO DE ÁREA NOS LEVANTAMENTOS TOPOGRÁFICOS

G. DE MELLO NETTO e R. GODOY

Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Universidade de S. Paulo — Piracicaba

INTRODUÇÃO

Este não é um trabalho pròpriamente original, mas, por assim dizer, um prolongamento de outro, intitulado "À margem do êrro de fechamento nos levantamentos topográficos" (MELLO NETTO, 1959). Seu objetivo é, como o fôra o do trabalho referido acima, pesquisar a possível existência de correlação entre os erros de fechamento e os erros de área cometidos nos levantamentos, mas nesta oportunidade por um método totalmente diverso daquele empregado anteriormente. Em "À margem do êrro de fechamento nos levantamentos topográficos", (pág. 21), "voltámo-nos para uma solução baseada nos ensinamentos da Estatística Experimental". Assim, decidimos partir de um perímetro ideal, que não constituísse caso particular sob nenhum aspecto (como a existência de ângulos retos, lados paralelos, etc.). A planilha desse levantamento ideal, com as suas coordenadas parciais "fechando" perfeitamente, é apresentada como sendo o levantamento real, e seria o ponto de partida do nosso trabalho. Para obter os levantamentos afetados de erros de fechamento, empregamos uma tabela de erros ao acaso, correspondente a uma distribuição normal com $\sigma = 2\%$, da autoria de DIXON & MASSEY (1951). Com o auxílio desta tabela, introduzimos nas coordenadas parciais os erros ao acaso. As parciais "erradas" assim obtidas correspondem a verdadeiros levantamentos que tivéssemos realmente efetuado no terreno. Repetindo essa operação, obtivemos 12 planilhas diferentes, resultando para cada uma um determinado êrro de fechamento. A seguir, compensamos os erros proporcionalmente às coordenadas parciais, e a

partir destas, por um processo analítico que foi o das duplas distâncias meridianas, calculamos as áreas respectivas. As diferenças entre estas áreas e a área real nos deram os erros de área. Estas duas séries de resultados, de um lado os erros de fechamento e de outro os erros de área correspondentes, catalogados à parte, nos iriam permitir pesquisar, pela aplicação dos testes indicados, a existência ou não da correlação procurada. No presente trabalho, ao contrário, optamos por um método baseado na repetição de levantamentos realizados *no campo*. O levantamento teórico, considerado como real, foi substituído aqui pela média de seis repetições de levantamentos do mesmo perímetro, efetuados com o máximo rigor. E os levantamentos chamados "errados", com erros introduzidos ao acaso com auxílio da tabela de DIXON & MASSEY (1951), foram substituídos por levantamentos do mesmo perímetro realizados também *no campo*, com teodolitos diferentes e tomando apenas os cuidados comuns empregados na técnica corrente. Este trabalho apresenta, pois, em relação àquele, apenas uma diferença no método empregado para a sua realização, mas os resultados são os mesmos, como se verá adiante.

MATERIAIS E MÉTODOS

O primeiro passo para a sua execução consistiu em demarcar no terreno um perímetro irregular, de seis lados, com área aproximada de 1 hectare, apresentando inclusive, para um levantamento efetuado no sentido dos ponteiros de um relógio, duas deflexões à esquerda. Os vértices dêste perímetro foram demarcados com piquetes sólidamente cravados no solo, pregando-se ainda na cabeça de cada estaca, uma tachinha de ferro, para o assinalamento do ponto topográfico.

Inicialmente procedemos à obtenção do que chamaremos os "valores mais prováveis" (ângulos e distâncias) daquele perímetro. Para êsse fim utilizámo-nos de um teodolito Zeiss, novo, modelo Theo 030, medindo as distâncias com uma trena de aço de 20 m de comprimento, marca Rosenhain. Realizamos com êsse propósito seis levantamentos pelo método de caminhamento por deflexões. Ao final obtivemos os valores médios para cada linha (azimutes e distâncias), que reunidos à parte, consideramos como os valores mais prováveis para aquêle perímetro. Encontramos aqui um erro angular de 1 minuto, e ao efetuar os cálculos das coordenadas, um erro de 1 centímetro nas longitudes e 1 centímetro nas latitudes, resultando um erro linear de fechamento de 0,3 ‰. Os erros de longitude e la-

titude foram compensados proporcionalmente às coordenadas parciais. Realizados os cálculos, obtivemos um perímetro de 475,653 m e a área de 9.457,15m². Esta planilha constituiu a referência para os cálculos dos erros dos levantamentos seguintes.

A seguir realizamos uma série de doze levantamentos do mesmo perímetro, empregando vários teodolitos (marcas Keuffel, Miller, Gurley, Toko, Khattori), calculando as distâncias pelo método estadimétrico, tomando em tôdas as operações os cuidados comuns, exatamente como se procede na grande prática. Ao organizar as planilhas de cada levantamento, os erros lineares foram compensados proporcionalmente às coordenadas parciais, e as áreas calculadas pelo processo das duplas distâncias meridianas. Os erros de área foram obtidos por diferença em relação à área "mais provável", calculada na planilha que contém os valores médios obtidos a partir dos seis primeiros levantamentos referidos atrás, efetuados com todo o rigor. Estes erros de área, como os erros de fechamento, foram expressos em valores "por mil", e ordenados na ordem crescente dos erros de fechamento, a êles se aplicou o teste de correlação indicado para a análise estatística.

RESULTADOS E INTERPRETAÇÃO ESTATÍSTICA

Em cada caso temos o erro de fechamento e o erro de área respectivo :

Erro de fechamento (‰)	Erro de área (‰)
0,36	1,03
0,38	7,14
0,60	0,71
0,61	1,76
0,67	9,96
0,70	1,05
0,71	0,09
0,74	0,18
0,81	9,57
0,81	10,51
0,99	2,63
2,86	1,24

Aos dados assim obtidos foi aplicada a análise de correlação. O cálculo de r é indicado abaixo, com 10 graus de liberdade :

$$r = \frac{-4,5386}{30,0704}$$

$$r = -0,15$$

O limite de 5% de probabilidade dado por PEARSON & HARTLEY (1958) é de 0,576, valor muito superior ao que foi obtido, que é, em valor absoluto, 0,15. Logo, não há o menor indício de significação estatística para tal coeficiente de correlação.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Foi pesquisada neste trabalho apenas a possibilidade de existência de correlação entre erros de fechamento e erros de área em levantamentos efetuados dentro do mesmo nível técnico, isto é, com cuidados idênticos. Como se viu, não existe tal correlação. Isto significa que se realizarmos vários levantamentos do mesmo perímetro, não poderemos, à vista apenas dos erros de fechamento, precisar qual dos resultados obtidos para a área se aproxima mais da área real do polígono. Esta observação, por si só, poderá levar à falsa conclusão de que não há lucro algum em obter levantamentos com pequenos erros de fechamento, ou mesmo seguir o critério comumente adotado de não deixá-los ultrapassar o limite de 1%. Para esclarecimento dessa aparente contradição veja-se em "À margem dos erros de fechamento nos levantamentos topográficos" (1959), onde são analisados outros fatores, a segunda conclusão ali enunciada, à pág. 28: "O incremento dos erros reais faz crescer, *em média*, os erros de fechamento e, paralelamente, os erros de área respectivos, embora haja casos em que isso não se dá, devendo-se atribuir estas exceções à existência de compensações que naturalmente ocorrem durante o levantamento, e àquelas que se fazem, na operação de distribuição dos erros, para chegar-se às coordenadas parciais compensadas". Erros reais são aqueles cometidos nas tomadas das medidas dos ângulos e distâncias, em razão de menores cuidados na realização das operações ou menor precisão ou defeitos dos instrumentos. Segue-se, pois, que considerando-se apenas, digamos, dois levantamentos do mesmo perímetro, não se pode precisar, somente através dos erros de fechamento qual deles apresenta a área mais próxima da real; e menos ainda prever o valor do erro de área à vista do erro de fechamento. Mas como o incremento dos erros reais resulta, *em média*, num aumento dos erros de fechamento, e dos erros de área respectivos, é *mais provável* que o de menor erro de fechamento tenha sido realizado com maiores cuidados, e portanto apresente o melhor resultado também para a área do terreno. Donde se infere que, apesar do exposto, deve o engenheiro ou agri-

menor perseverar na tentativa de obter pequenos erros de fechamento nos seus trabalhos; pois, embora sabendo que estes não apresentam correlação alguma com os erros de área correspondentes, terá, agindo dessa forma, maior probabilidade de obter um resultado mais próximo do verdadeiro.

LITERATURA CITADA

- DIXON, W. J. & F. J. MASSEY, 1951 — *Introduction to statistical analysis*, 1a. Ed., Mc Graw — Hill Book Company, Inc., New York.
- MELLO NETTO, G., 1959 — *A margem do erro de fechamento nos levantamentos topográficos*, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queros", tese, Piracicaba.
- PEARSON, E. S. & H. C. HARTLEY, 1958 — *Biometrika tables for statisticians*, Biometrika Trustees, University Press, Cambridge.

AGRADECIMENTOS

Expressamos aqui os nossos melhores agradecimentos ao Prof. JOSE' BENEDICTO DE CAMARGO, catedrático de Engenharia Rural, pelo auxílio prestado no planejamento deste trabalho; ao Prof. FREDERICO PIMENTEL GOMES, catedrático de Matemática, pela orientação e análise estatística dos resultados; ao eng. agr. CLOVIS POMPILO DE ABREU, assistente da Cadeira de Matemática, pelo auxílio prestado na elaboração da análise estatística; e aos funcionários da Cadeira de Engenharia Rural, que de uma forma ou de outra, colaboraram na execução do presente trabalho.