

DELINEAMENTO 1/8 (4⁴) EM BLOCOS DE 16 UNIDADES

Armando Conagin¹, Luís Alberto Ambrósio²

RESUMO

Os delineamentos com esquemas fatoriais completos ou fracionados são usados amplamente em experimentos nas várias áreas das ciências. O uso de três ou mais níveis nos fatoriais é comum na pesquisa agrônômica, principalmente em estudos de adubação. Este trabalho complementa trabalho anterior de Conagin & Ambrósio (2003) apresentando outros 14 tipos de fatoriais fracionados 1/8(4x4x4x4) com 32 tratamentos, em blocos de dezesseis unidades, permitindo balanceamento de cada nível de cada fator com os níveis dos demais fatores dentro de cada bloco. Apesar da existência de covariância entre os fatores, se o modelo de superfície de resposta quadrática completo for utilizado, os seus coeficientes de regressão são estimados de forma apropriada, com precisão satisfatória. Em experimentos com fertilizantes a análise econômica dos resultados é efetuada facilmente. O uso do fatorial 4x4x4x4 completo é normalmente desaconselhável; a redução de 256 tratamentos para 32 em dois blocos é altamente desejável. Se o modelo quadrático é usado sem interações, a matriz $X'X$ é diagonal.

Palavras-chave: método estatístico, delineamento experimental, experimento fatorial fracionado.

¹ Pesquisador Científico VI, aposentado, Instituto Agrônômico - Campinas, SP, Brasil.

² Pesquisador Científico V, Centro de Solos e Recursos Ambientais, Instituto Agrônômico - Campinas, SP, Brasil. Email: ambrosio@iac.sp.gov.br.

FACTORIAL DESIGN $1/8 (4^4)$ IN BLOCKS OF SIXTEEN UNITS

ABSTRACT

The factorial and fractional factorial designs experiments are used broadly in the several areas of the sciences. The use of three or more levels in the factorials is common in the agronomic research, mainly in fertilizer studies. This papers presents a set of 14 types of fractional factorials $1/8(4 \times 4 \times 4 \times 4)$, with 32 treatments, in blocks of sixteen units, allowing the balance of each level of a factor with the levels of the other factors inside each block. In spite of the possible existence of covariance between factors, when the model is quadratic with interactions the coefficients of the models are estimated in an appropriate way, with satisfactory precision. In fertilizer experiments the economic analysis of these designs is easily done. The use of the complete factorial $4 \times 4 \times 4 \times 4$ is usually impeditive; the reduction of 256 treatments to 32 in two blocks is highly desirable. If the quadratic model was chosen, and if we do not consider in the model the interactions the $X'X$ matrix is diagonal.

Key words: statistical method; design of experiment; fractional factorial experiments.

INTRODUÇÃO

Uma questão básica do planejamento de pesquisas em diferentes áreas do conhecimento (agronômica, biológica, laboratorial, tecnológica e outras) consiste na escolha do delineamento experimental, ou seja, na forma como os tratamentos serão designados às unidades experimentais. O delineamento apresentado neste trabalho contém três características importantes: a primeira é a divisão em blocos; a segunda é o esquema fatorial fracionado para os tratamentos e a terceira, na opinião dos autores, é uma distribuição espacial melhor equilibrada dos tratamentos.

O uso de blocos se justifica sempre porque os experimentos, normalmente, apresentam variabilidade devida a várias causas tais como diferenças de fertilidade, composição genética, idade dos indivíduos, erros de medição e pesagem, composição do material etc, que contribuem para o aumento do erro experimental. O uso do delineamento em blocos ao acaso visa reduzir essas variações. Normalmente, blocos menores (com menor número de tratamentos) atuam de forma positiva na redução do erro experimental.

Os experimentos fatoriais fracionados são utilizados quando cresce o número de fatores a pesquisar e também seus níveis. Experimentos fatoriais com doses crescentes, cuidadosamente escolhidas, possibilitam a avaliação dos componentes lineares, quadráticos, interações etc. O experimento fatorial completo compreende todas as combinações possíveis dos fatores e de seus respectivos níveis. Um fatorial completo $3 \times 3 \times 3$ utiliza 27 tratamentos com diferentes combinações, um fatorial completo $4 \times 4 \times 4$ tem 64 tratamentos e um fatorial completo $4 \times 4 \times 4 \times 4$ implica em 256 tratamentos, o que torna tais experimentos praticamente impeditivos na prática.

A busca de novos delineamentos com esquemas fatoriais fracionados com ênfase na redução de tratamentos, porém mantendo as combinações de tratamentos balanceadas é bastante desejável. Assim, Andrade & Noletto (1986) produziram o $1/2 (4 \times 4 \times 4)$ em blocos de 16 unidades e o $1/4 (4 \times 4 \times 4 \times 4)$ com 64 tratamentos em vez de 256. Conagin, Nagai & Igue (1997) criaram o $1/2 (4 \times 4 \times 4)$ contendo 4 blocos de oito tratamentos; foi produzido, recentemente, o delineamento $1/8 (4 \times 4 \times 4 \times 4)$ em dois blocos de 16 unidades por Conagin & Ambrósio (2003).

O presente trabalho apresenta novos tipos de combinações de tratamentos para o delineamento fatorial fracionado $1/8 (4 \times 4 \times 4 \times 4)$ com 32 tratamentos em 2 blocos de 16 unidades. Os delineamentos apresentam

covariâncias entre os fatores, quando o modelo quadrático completo é utilizado. Mesmo assim, com o auxílio de programas computacionais estatísticos SAS (1990 e 1999), MINITAB (2000) e Pimentel-Gomes & Garcia (2002), pode-se estimar de forma satisfatória o modelo polinomial quadrático. Em experimentos com fertilizantes, onde é alto o custo dos nutrientes, é possível efetuar a análise econômica do experimento e determinar a adubação ótima que proporciona o máximo retorno econômico, Pimentel-Gomes (2000).

MATERIAL E MÉTODOS

Conseguiu-se a partir dos dois tipos de delineamentos $1/2 (4 \times 4 \times 4)$ em blocos de 16 unidades de Andrade & Noleto (1986) adicionar um quarto fator de tal forma que os níveis ficassem balanceados para os níveis dos outros três fatores. Seria ainda, possível, obterem-se outros delineamentos similares a partir dos esquemas 3, 4 de John (1971) e 5 e 6 de Conagin et al. (1997); são apresentados neste trabalho 14 tipos novos do maior interesse para as pesquisas com adubação. Os novos tipos foram conseguidos utilizando um dos blocos dos 16 tipos originais, o segundo bloco sendo obtido através da adição de duas unidades aos níveis dos fatores respectivos (módulo 4). Além disso, em vez dos níveis 1, 2, 3 e 4 dos fatoriais originais, transformamos os níveis em 0, 1, 2, e 3, que proporcionam o nível zero para cada fator, o que é de grande utilidade na interpretação das respostas em solos fracos (cerrados), em estudos fisiológicos das plantas e em outras áreas, onde o nível zero é importante.

Para exemplificar e comprovar a eficiência do delineamento $1/8(4^4)$ em blocos de 16 unidades, foi feita a análise de um experimento usando um dos novos delineamentos. Os dados experimentais foram obtidos por simulação, em que o tratamento 0000 sem erro seria $M = 2500$, e onde os coeficientes lineares são positivos e os quadráticos e interações negativos; o

erro experimental é obtido pela função *rannor* do SAS de forma a proporcionar um coeficiente de variação próximo a 5%. Utilizaram-se os coeficientes polinomiais para avaliar os problemas estruturais do delineamento e as grandezas das covariâncias. Foram utilizados no ajuste do modelo os procedimentos REG e RSREG do SAS (1990).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 1 apresenta 14 tipos novos de combinações dos tratamentos do delineamento 1/8(4x4x4x4) em dois blocos de 16 unidades, identificados com números de 17 a 30 em continuação da seqüência dos 16 tipos originais.

Para a utilização do delineamento deve-se alocar, por sorteio ao acaso, nos respectivos blocos, os dezesseis tratamentos pertencentes a cada um dos dois blocos. A escolha de um dos 30 tipos de delineamentos (16 originais e 14 novos) também deve ser obtida, preferencialmente, por sorteio. No caso de se decidir pelos tipos novos (com melhor distribuição espacial) sorteia-se um dentre os 14 tipos novos.

Todos os tipos novos apresentados (Tabela 1) possibilitam a análise pela regressão múltipla e a análise econômica dos resultados.

O modelo estatístico completo é o seguinte:

$$Y = M + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_{11} X_{11} + \beta_{22} X_{22} + \beta_{33} X_{33} + \beta_{44} X_{44} + \beta_{12} X_{12} + \beta_{13} X_{13} + \beta_{14} X_{14} + \beta_{23} X_{23} + \beta_{24} X_{24} + \beta_{34} X_{34} + \beta_b X_b + \varepsilon$$

Tabela 1 - Tipos de combinações de tratamentos do delineamento 1/8 (4x4x4x4) em dois blocos de 16 unidades.

Tipos de combinações de tratamentos e níveis dos fatores.								
	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)
	0003	1100	0013	1120	0003	1110	0013	1120
	1233	2300	1223	2330	1231	2302	1221	2332
	2313	3020	2333	3000	2312	3023	2332	3003
B	3123	0230	3103	0210	3120	0231	3100	0211
L	0112	1223	0132	1203	0111	1222	0131	1202
O	1322	2033	1302	2013	1323	2030	1303	2010
C	2202	3313	2212	3323	2200	3311	2210	3321
O	3032	0103	3022	0133	3032	0103	3022	0133
	0221	1332	0201	1312	0222	1333	0202	1313
	1011	2122	1031	2102	1010	2121	1030	2101
	2131	3202	2121	3232	2133	3200	2123	3230
1	3301	0012	3311	0022	3301	0012	3311	0022
	0330	1001	0320	1031	0330	1001	0320	1031
	1100	2211	1110	2221	1102	2213	1112	2223
	2020	3131	2000	3111	2021	3132	2001	3112
	3210	0321	3230	0301	3213	0320	3233	0300
	2221	3332	2231	3302	2221	3332	2231	3302
	3011	0122	3001	0112	3013	0120	3003	0110
B	0131	1202	0111	1222	0130	1201	0110	1221
L	1301	2012	1321	2032	1302	2013	1322	2033
O	2330	3001	2310	3021	2333	3000	2313	3020
C	3100	0211	3120	0231	3101	0212	3121	0232
O	0020	1131	0030	1101	0022	1133	0032	1103
	1210	2321	1200	2311	1210	2321	1200	2311
	2003	3110	2023	3130	2000	3111	2020	3131
	3233	0300	3213	0320	3232	0303	3212	0323
2	0313	1020	0303	1010	0311	1022	0301	1012
	1123	2230	1133	2200	1123	2230	1133	2200
	2112	3223	2102	3213	2112	3223	2102	3213
	3322	0033	3332	0003	3320	0031	3330	0001
	0202	1313	0222	1333	0203	1310	0223	1330
	1032	2103	1012	2123	1031	2102	1011	2122

Continua...

Tabela 1 - Continuação. Tipos de combinações de tratamentos do delineamento 1/8 (4x4x4x4) em dois blocos de 16 unidades.

		Tipos de combinações de tratamentos e níveis dos fatores.					
		(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)
B L O C O 1		0033	1100	0023	1130	2201	3312
		1203	2310	1213	2320	3031	0102
		2323	3030	2303	3010	0121	1232
		3113	0220	3133	0200	1311	2022
		0122	1233	0102	1213	2320	3031
		1312	2023	1332	2003	3110	0221
		2232	3303	2222	3333	0000	1111
		3002	0113	3012	0123	1230	2301
		0211	1322	0231	1302	2013	3120
		1021	2132	1001	2112	3223	0330
		2101	3212	2111	3222	0333	1000
		3331	0002	3321	0032	1103	2210
		0300	1011	0310	1021	2132	3203
		1130	2201	1120	2231	3302	0013
		2010	3121	2030	3101	0212	1323
		3220	0331	3200	0311	1022	2133
B L O C O 2		2211	3322	2201	3312	0023	1130
		3021	0132	3031	0102	1213	2320
		0101	1212	0121	1232	2303	3010
		1331	2002	1311	2022	3133	0200
		2300	3011	2320	3031	0102	1213
		3130	0201	3110	0221	1332	2003
		0010	1121	0000	1111	2222	3333
		1220	2331	1230	2301	3012	0123
		2033	3100	2013	3120	0231	1302
		3203	0310	3223	0330	1001	2112
		0323	1030	0333	1000	2111	3222
		1113	2220	1103	2210	3321	0032
		2122	3233	2132	3203	0310	1021
		3312	0023	3302	0013	1120	2231
		0232	1303	0212	1323	2030	3101
		1002	2113	1022	2133	3200	0311

Por exemplo, no caso de pesquisa de fertilizante no Cerrado, pode-se adotar os fatores nitrogênio (N), fósforo (P), potássio (K) e calcário (Ca), para X_1 , X_2 , X_3 e X_4 , respectivamente. Então, os coeficientes de regressão β_1 , β_2 , β_3 e β_4 representam os efeitos lineares dos fatores N, P, K e Ca. Os coeficientes de regressão β_{11} , β_{22} , β_{33} e β_{44} representam os efeitos quadráticos dos fatores. Os coeficientes de regressão β_{12} , β_{13} , β_{14} , β_{23} , β_{24} e β_{34} representam os efeitos das interações entre dois fatores e β_b o efeito de blocos. No caso do modelo polinomial sem interação os coeficientes β_{12} , β_{13} , β_{14} , β_{23} , β_{24} e β_{34} não aparecem.

Na análise de regressão utilizamos os coeficientes polinomiais; para os efeitos lineares: -1,5 para o nível 0, -0,5 para o 1, 0,5 para o 2 e 1,5 para 3, com $\lambda_1 = 1$. Os coeficientes para os efeitos quadráticos são: 1 para o nível 0, -1 para o nível 1, -1 para o 2 e 1 para o nível 3, onde $\lambda_2 = 1$. Os coeficientes das interações são obtidos pelo produto dos coeficientes lineares respectivos, onde $\lambda_{ij} = \lambda_i \lambda_j$. O coeficiente para o primeiro bloco é -0,5 e para o segundo é 0,5.

As estimativas dos coeficientes de regressão (β) são obtidas pelo método dos quadrados mínimos, $\beta = (X'X)^{-1}(X'Y_0)$ em que X é a matriz dos coeficientes e $(X'Y_0)$ a matriz produto da matriz X' pela coluna Y_0 dos valores observados. No experimento analisado pelo procedimento PROC REG, do SAS, desconsiderou-se as interações.

A Tabela 2 apresenta os tratamentos, os valores observados (Y_0) e os esperados (Y_E). Os valores esperados (Y_E) foram estimados a partir do modelo matemático, utilizando as estimativas dos parâmetros, obtidas na análise do experimento. A Análise da Variância dos dados da Tabela 2 constam da Tabela 3.

Para mostrar a estrutura da análise utilizamos o exemplo abaixo; escolheu-se o tipo 27, dentre os 14 delineamentos novos cujos tratamentos, produções e valores esperados são transcritos na Tabela 2. Neste tipo de delineamento aparecem os tratamentos 0000 e 2222 que apresentam alto interesse para uma visão das respostas (no ajuste de superfície de respostas).

Tabela 2 - Tratamentos do tipo 27, valores observados (Y_O) e esperados (Y_E), no caso do modelo com os coeficientes lineares e quadráticos.

1° Bloco			2° Bloco		
Tratamentos	Y_O	Y_E	Tratamentos	Y_O	Y_E
0023	3345	3426	2201	4400	4403
1213	4565	4483	3031	4256	4105
2303	4272	4521	0121	3745	3683
3133	5011	4706	1311	4174	4256
0102	3460	3592	2320	4242	4221
1332	4827	4562	3110	3954	4009
2222	4661	4886	0000	2354	2553
3012	4142	4191	1230	4127	4006
0231	3803	3881	2013	4263	4147
1001	3789	3507	3223	4716	4883
2111	4415	4404	0333	3901	3998
3321	4792	4656	1103	4356	4108
0310	3553	3302	2132	4497	4709
1120	3734	3808	3302	4381	4565
2030	3307	3670	0212	3940	3967
3200	4153	4009	1022	4052	3990

O modelo analisado foi proposto sem interação. Para análise do experimento foi utilizado o procedimento PROC REG, do programa SAS, em que o valor da produção foi gerado usando: $Y_{0000} = 2500 + \varepsilon = 2354$ e para $Y_{2222} = 4875 + \varepsilon = 4661$, os valores de ε foram obtidos da função *rannor* do SAS com Coeficiente de Variação igual a 5%.

A Análise da Variância para o modelo adotado é apresentada na Tabela 3.

Tabela 3 - Análise da Variância para o modelo adotado e para o delineamento tipo 27.

Fonte da Variação	G. L.	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F	Prob > F
Modelo	8	7914059	989257	24,84	0,0001
Erro	23	916029	39827		
Total corrigido	31	8830087			

Média = 4100,22 Erro = 199,57 $R^2 = 0,90$ $R^2_{\text{corrigido}} = 0,86$ CV = 4,87%

As estimativas dos parâmetros e os testes estatísticos destas estimativas se encontram na Tabela 4.

Tabela 4 - Testes das estimativas dos parâmetros.

Variável	G. L.	Estimativas dos parâmetros	Erro estimado	t para $H_0: \beta = 0$	Prob > t
Intersecção	1	4100,22	35,27	116,22	0,0001
X ₁	1	280,06	31,55	8,88	0,0001
X ₂	1	187,19	31,55	5,93	0,0001
X ₃	1	99,16	31,55	3,14	0,0046
X ₄	1	195,51	31,55	6,20	0,0001
X ₅	1	-129,84	35,28	-3,68	0,0012
X ₆	1	-120,84	35,28	-3,43	0,0023
X ₇	1	-44,34	35,28	-1,26	0,2214
X ₈	1	-109,41	35,28	-3,10	0,0050

A matriz de covariância no caso dos 8 parâmetros é diagonal e seus coeficientes são: $a_{00} = 1244,6$; $a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_{44} = 995,7$; $a_{55} = a_{66} = a_{77} = a_{88} = 1244,6$. Os termos a_{ij} , com $i \neq j$, são nulos. As correlações entre os β 's são iguais a 1.

O modelo estimado utilizou os polinômios lineares e quadráticos para possibilitar a análise estatística. Na prática, em vez de usar polinômios poder-se-ia usar diretamente os níveis dos fatores ou os valores das dosagens utilizadas.

Para se conseguir os autovalores e os autovetores, efetuou-se uma nova análise pelo PROC RSREG do SAS (1990). Esse programa exige que o modelo seja o completo (com interações). Os resultados constam da Tabela 5.

Tabela 5 - Estimativas a partir dos dados codificados e testes dos parâmetros do modelo completo (incluindo as interações).

Variável	G. L.	Estimativas dos parâmetros	Erro estimado	t para $H_0: \beta = 0$	Prob > t
Constante	1	4565,70	88,91	51,35	0,0000
X ₁	1	147,48	15,31	9,63	0,0000
X ₂	1	98,32	15,28	6,43	0,0000
X ₃	1	43,59	15,16	2,88	0,0105
X ₄	1	97,51	14,15	6,89	0,0000
X ₁ * X ₁	1	-34,01	8,74	-3,89	0,0012
X ₂ * X ₁	1	-7,80	6,78	-1,15	0,2655
X ₂ * X ₂	1	-30,37	7,91	-3,83	0,0013
X ₃ * X ₁	1	4,97	7,21	0,69	0,4999
X ₃ * X ₂	1	9,77	7,31	1,34	0,1987
X ₃ * X ₃	1	-1,64	8,63	-0,19	0,8510
X ₄ * X ₁	1	-0,83	6,74	-0,12	0,9025
X ₄ * X ₂	1	-18,57	6,91	-2,68	0,0155
X ₄ * X ₃	1	2,79	7,45	0,38	0,7125
X ₄ * X ₄	1	-27,20	7,91	-3,44	0,0031

Os sinais dos autovalores indicam a natureza da superfície de resposta. Se todos os autovalores forem negativos, tem-se ponto de máximo; se todos forem positivos, tem-se ponto de mínimo, e, se um ou mais dos autovalores forem positivos e os demais negativos tem-se ponto de sela. Uma discussão sobre estas propriedades e uma análise econômica em caso de pontos de sela é discutida com detalhes em Pimentel-Gomes, 2000.

No caso, quando da obtenção dos dados, como não foi introduzido no modelo o efeito das interações, essas interações, estimadas pelo procedimento PROC RSREG, são, portanto, estimativas decorrentes dos respectivos contrastes, principalmente de efeito aleatório, e observa-se na Tabela 5 que $X_2 * X_1$, $X_3 * X_1$, $X_3 * X_2$, $X_4 * X_1$, $X_4 * X_3$ são não significativas; só foi significativa a interação $X_4 * X_2$.

Na Tabela 6 estão apresentados os autovalores (*eigenvalues*) e autovetores (*eigenvectors*) obtidos na análise canônica efetuada.

Tabela 6 - Autovalores e Autovetores.

Autovalores	X_1	X_2	X_3	X_4
-6,6244	0,05538	0,15655	0,98611	-0,00382
-172,8103	0,16259	-0,63688	0,09487	0,74763
-292,6571	0,85721	-0,28517	-0,00453	-0,42877
-366,8949	0,48547	0,69897	-0,13627	0,50713

O ponto estacionário da superfície de resposta foi ponto de máximo.

Visando avaliar de forma mais precisa o comportamento desse delineamento foram simulados no total 10 experimentos com os mesmos valores paramétricos e com coeficiente de variação igual a 5%. Obteve-se para os 10 experimentos, 10 pontos de máximo, verificando-se uma boa concordância entre os coeficientes respectivos do modelo.

Em experimentos com coeficientes de variação mais elevados devem aparecer com mais frequência pontos de sela e até mais raramente, pontos de mínimo, já que o modelo básico determinará incrementos gradualmente menores, onde o efeito aleatório poderia causar maiores distorções na superfície de resposta.

A matriz dos produtos $(X'X)(X'Y)(Y'Y)$ foi diagonal com os seguintes coeficientes:

$$a_{00} = 32; a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_{44} = 40; a_{55} = a_{66} = a_{77} = a_{88} = 32.$$

A matriz inversa $(X'X)^{-1}$ também foi diagonal com os coeficientes: $c_{00} = 0,3125, c_{11} = c_{22} = c_{33} = c_{44} = 0,025; c_{55} = c_{66} = c_{77} = c_{88} = 0,3125.$

Os resultados de experimentos com esses delineamentos podem ser analisados de forma bastante completa pelo MINITAB, SAS e SANEST. No caso dos experimentos de adubação, com objetivo de efetuar a análise econômica, há pesquisadores que preferem efetuar a análise econômica utilizando o modelo completo. Apesar das baixas covariâncias possíveis e algumas maiores entre os fatores, a estrutura do delineamento possibilita bem avaliar e por em prova a significância dos coeficientes, já que cada nível de cada fator está presente em 8 tratamentos diferentes. O teste de significância do modelo é posto em prova com um resíduo com 16 graus de liberdade. Em termos práticos, recomenda-se iniciar a análise dos resultados dos experimentos de adubação utilizando o procedimento PROC REG do SAS (1990) e o modelo completo; em função dos resultados eliminarem as interações não significativas ($p = 0,20$ ou maiores), conservando no modelo os demais termos, fazendo a análise econômica com o modelo final.

Os novos delineamentos propostos devem funcionar muito bem nas pesquisas de adubação em solos pobres (Cerrado) e nas pesquisas de nutrição de plantas em estufas, onde o ambiente é mais bem controlado e irrigado. Também, são adequados para experimentos nas áreas de microbiologia, virologia, imunologia e farmacologia etc nos casos em que

existem vários fatores quantitativos a serem pesquisados com diferentes níveis.

CONCLUSÕES

- 1) Os 14 delineamentos propostos possibilitam o estudo de 4 fatores em 4 níveis, utilizando 32 tratamentos em blocos de 16 tratamentos.
- 2) Cada nível de cada fator está presente em 8 tratamentos e está balanceado para os níveis dos outros fatores.
- 3) Cada coeficiente do modelo é posto em prova com um resíduo com 16 graus de liberdade pelo teste t, com precisão satisfatória.
- 4) Os novos delineamentos apresentam uma melhor distribuição espacial dos tratamentos.
- 5) O uso do fatorial completo $4 \times 4 \times 4 \times 4$ é praticamente impossível de ser utilizado na prática. Os delineamentos apresentados reduzem o tamanho do delineamento de 256 tratamentos para 32, bem mais exequível, de menor custo e mais fácil de utilizar.
- 6) Se as interações não forem incluídas no modelo a matriz $\mathbf{A} = \mathbf{X}'\mathbf{X}$ fica diagonal e os efeitos lineares e quadráticos são obtidos independentemente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, D. F. & NOLETO, A. 1986. Exemplos de Fatoriais Fracionados $(1/2) 4^3$ para o Ajuste de Modelos Polinomiais Quadráticos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, 21(6): 677-680.
- COHRAN, W.G. & COX, G..M. 1957. **Experimental Designs**. 2ª Ed. New York, John Wiley, 565 p.
- CONAGIN, A. & AMBRÓSIO, L. A. 2003. Delineamento $1/8(4^4)$ em Blocos de 16 unidades. *Rev. de Agricultura*, v.78, fasc. 2, Piracicaba, SP.

- CONAGIN, A. & JORGE, J. P. N. 1982. Delineamentos 1/5(5x5x5) em Blocos. **Bragantia**, 41:156-168.
- CONAGIN, A. NAGAI, V. & IGUE, T. 1997. Delineamento 1/2(4x4x4) em Blocos de Oito Unidades. Instituto Agronômico, Campinas, São Paulo, Brasil. **Boletim Científico**, 36.
- FISHER, R. & YATES, F. 1953. **Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research**. 4^a Ed. Edinburgh, Oliver and Boyd.
- JOHN, F. N. M. 1971. **Statistical Designs and Analysis of Experiments**. New York, Mac-Millan, 356 p.
- MINITAB. 2000. **User's Guide 2: Data Analysis and Quality Tools. Release 13 for Windows**. Minitab Inc. USA.
- PIMENTEL-GOMES, F. 2000. **Curso de Estatística Experimental**. 14^a Edição, ESALQ-USP, Piracicaba, 477p.
- PIMENTEL-GOMES, F. & CONAGIN, A. 1991. Experimentos de Adução. Planejamento e Análise Estatística. In OLIVEIRA, A. J. DE; GARRIDO, W.E.; ARAUJO, J.D. De & LOURENÇO, S. Coordenadores. **Métodos de Pesquisas em Fertilidade do Solo**. Brasília, EMBRAPA-SEA, 392 p.
- PIMENTEL-GOMES, F. & HENRIQUE GARCIA, C. 2002. **Estatística Aplicada a Experimentos Agrônômicos e Florestais** (Com Uso de Programas SAS e SANEST). Biblioteca de Ciências Agrárias "Luiz de Queiroz", Vol. 11, FEALQ, 309p.
- SAS INSTITUTE. 1990. **SAS/STAT User's Guide: Statistics**. Release 6.04. Cary, N.C., USA. SAS Institute Inc, 1686p.
- SAS INSTITUTE. 1999. **SAS/STAT User's Guide: Statistics**. Release 8. Cary, N.C., USA. SAS Institute, Inc.